

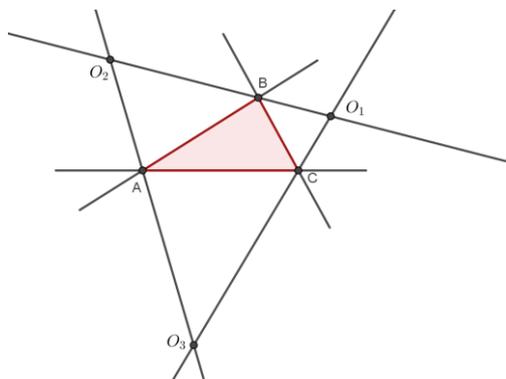
Первый (заочный) онлайн-этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Математика», осень 2019 г.

9 класс

Вариант № 1

- (9 баллов)* Если натуральное двузначное число уменьшить на 54, то получится двузначное число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. В ответе укажите медиану числового ряда, составленного из всех таких чисел.
- (9 баллов)* Найдите сумму всех целых значений C , при которых уравнение $10|p-3| + |2p - |p+c|| = 6p$ относительно p имеет хотя бы один корень.
- (9 баллов)* На учебных стрельбах каждый из солдат стрелял по 10 раз. Один из них выполнил задание удачно и выбил 90 очков. Сколько раз он выбил 9 очков, если десяток было 4, результатами попаданий были семёрки, восьмёрки и девятки. При этом промахов не было ни одного.
- (9 баллов)* Волк увидел косулю в нескольких метрах от себя и погнался за ней по прямой лесной тропе. Прыжок волка на 22% короче прыжка косули. Оба животных прыгают с постоянной скоростью. Все прыжки косули имеют одинаковую длину, прыжки волка тоже равны между собой. Существует промежуток времени, за который и волк и косуля делают по некоторому целому числу прыжков. При этом каждый раз оказывается, что волк сделал на $t\%$ прыжков больше, чем косуля. Найдите наибольшее целое значение t , при котором волк не сможет догнать косулю.
- (12 баллов)* Илья берёт тройку чисел и преобразует её по правилу: на каждом шаге каждое число заменяется на сумму двух остальных. Чему равна разность между самым большим и самым маленьким числами в тройке на 1989-ем шаге применения этого правила, если изначальная тройка чисел была $\{70; 61; 20\}$? Если вопрос задачи допускает несколько вариантов ответа, то выпишите их без пробела в порядке возрастания.
- (12 баллов)* Дан треугольник ABC . Прямые O_1O_2 , O_1O_3 , O_3O_2 - биссектрисы внешних углов треугольника ABC , как показано на рисунке. Точка O - центр вписанной в треугольник ABC окружности. Найти угол в градусах между прямыми O_1O_2 и OO_3 .



7. (12 баллов) Дана прямоугольная трапеция $ABCE$, основания которой BC и AE равны 3 и 4, соответственно. Меньшая боковая сторона AB равна BC . На AE отмечена точка D так, что $AD:DE=3:1$; на AD отмечена точка F так, что $AF:FD=2:1$; на BD отмечена точка G так, что $BG:GD=1:2$. Определите градусную меру угла CFG .

8. (14 баллов) В треугольнике ABC с углом $\angle B = 120^\circ$ проведены биссектрисы AA_1, BB_1, CC_1 . Отрезок A_1B_1 пересекает биссектрису CC_1 в точке M . Найти градусную меру угла B_1MC_1 .

9. (14 баллов) Студент-химик провел эксперимент: из бака, наполненного раствором сиропа вылил несколько литров жидкости, долил бак водой, потом вылил в два раза большее количество жидкости и опять долил бак водой. В результате количество сиропа в баке уменьшилось в $\frac{25}{3}$ раза. Определить сколько литров жидкости вылил студент первый раз, если объем бака 1000 литров.

Первый (заочный) онлайн-этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Математика», осень 2019 г.

9 класс

Вариант № 2

1. (9 баллов) На складе имеется кофе, упакованный в мешки по 15 кг и по 8 кг. Сколько всего мешков с кофе нужно приготовить кладовщику, чтобы отвесить 1998 кг кофе, причём количество мешков с кофе по 8 кг должно быть наименьшим?
2. (9 баллов) Найдите сумму всех целых значений h , при которых уравнение $\|r + h| - r| - 4r = 9|r - 3|$ относительно r имеет не более одного корня.
3. (9 баллов) На выставке собак по жеребьёвке каждой из них достался порядковый номер от 1 до 24. В связи со здоровьем одна из собак не смогла выступить на конкурсе. Оказалось, что среди 23 оставшихся одна имеет номер, равный среднему арифметическому номеров оставшихся собак. Какой порядковый номер имела собака, которая не смогла участвовать в выставке? Если задача имеет не единственное решение, то выпишите в ответ эти номера без пробела в порядке возрастания.
4. (9 баллов) Иван Иванович подошёл к источнику с двумя пустыми канистрами, одна вмещала 10 л, а другая – 8 л. Вода из источника текла двумя струями – одна сильнее, другая слабее. Иван Иванович одновременно подставил канистры под струи и, когда набралась половина меньшей канистры, поменял канистры местами. К удивлению Ивана Ивановича, канистры наполнились одновременно. Во сколько раз больше воды даёт более сильная струя, чем более слабая?
5. (12 баллов) Часы показывают 00:00, при этом часовая и минутная стрелки часов совпадают. Считая это совпадение под номером 0, определите, через сколько времени (в минутах) они совпадут в 21 раз. Ответ округлите до сотых.
6. (12 баллов) В треугольнике ABC с углом $\angle B = 120^\circ$ проведены биссектрисы AA_1, BB_1, CC_1 . Отрезок A_1B_1 пересекает биссектрису CC_1 в точке M . Найти градусную меру угла B_1BM .
7. (12 баллов) На сторонах AB и AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle BCA = 90^\circ$), внешним образом построены прямоугольные треугольники ABT и ACK , так что $\angle ATB = \angle AKC = 90^\circ$, $\angle ABT = \angle ACK = 60^\circ$, на стороне BC выбрана точка M так, что $BM = MC$. Определите градусную меру угла KMT .
8. (14 баллов) Прямоугольные треугольники MDC и ADK имеют общий прямой угол D . Точка K принадлежит CD и делит ее в отношении 2:3, считая от точки C . Точка M - середина стороны AD . Найти сумму градусных мер углов AKD и MCD , если $AD : CD = 2 : 5$.
9. (14 баллов) Студент-химик провел эксперимент: из бутылки, наполненной раствором сиропа вылил один литр жидкости, долил бутылку водой, потом опять вылил один литр жидкости и опять долил бутылку водой. В результате процентное содержание сиропа снизилось с 36 до 1 процента. Определить объем бутылки в литрах.