

**Второй (очный) этап академического соревнования  
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету  
«Математика», весна 2020 г.**

**9 класс**

**Вариант № 3**

1. (10 баллов) Решите неравенство:  $\frac{\sqrt{x+3} + \sqrt[4]{9-x} - \sqrt{3}}{x^2 - 16} \leq 0$ .

2. (15 баллов) Найдите площадь выпуклого четырёхугольника, имеющего равные диагонали, если длины отрезков, соединяющих середины его противоположных сторон, равны 13 и 7.

3. (15 баллов) В коробке 22 красных и 25 синих шарика. Их распределили по двум коробкам: в первой должно получиться 24 шарика, а во второй — 23. После распределения посчитали процент синих шариков в каждой коробке и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение синих шариков по коробкам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

4. (20 баллов) При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$(a + 1)(|x - 2,3| - 1)^2 - 2(a - 3)(|x - 2,3| - 1) + a - 1 = 0$$

имеет ровно два различных решения?

5. (20 баллов) Дан вписанный четырёхугольник  $ABCD$ . Лучи  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $E$ , а лучи  $DA$  и  $CB$  в точке  $F$ . Луч  $BA$  пересекает описанную вокруг треугольника  $DEF$  окружность в точке  $L$ , а луч  $BC$  пересекает ту же окружность в точке  $K$ . Длина отрезка  $LK$  равна 5,  $\angle EBC = 15^\circ$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $EFK$ .

6. (20 баллов) Существуют ли пять попарно различных целых числа таких, что сумма любых четырех из них была бы квадратом натурального числа?

**Второй (очный) этап академического соревнования  
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету  
«Математика», весна 2020 г.**

**9 класс**

**Вариант № 5**

1. (10 баллов) Решить неравенство:  $\frac{|3x^2+8x-3|+|3x^4+2x^3-10x^2+30x-9|}{|x-2|-2x-1} \leq 0$ .

2. (15 баллов) Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом её основании. Найдите площадь трапеции, если её высота равна 12 см, а длины биссектрис – 15 см и 13 см.

3. (15 баллов) Два повара для приготовления вишнёвого варенья смешали вишню и сахар, первый положил на две части вишни одну часть сахара, второй – на три части вишни две части сахара. Сколько килограммов каждой смеси нужно взять, чтобы получить 1,9 килограммов смеси, в которой на двенадцать частей вишни приходится семь частей сахара?

4. (20 баллов) Определите количество решений уравнения

$$a(x + |x| - 2) = x^2 + 4x - 5$$

в зависимости от значений параметра  $a$ .

5. (20 баллов) Окружность проходит через вершины  $A$  и  $C$  равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AB = BC$ ) и пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$ , соответственно.  $MK$ , хорда этой окружности, равная по длине  $2\sqrt{5}$ , содержит точку  $H$ , лежащую на  $AC$  и являющуюся основанием высоты треугольника  $ABC$ . Прямая, проходящая через точку  $C$  и перпендикулярная  $BC$ , пересекает прямую  $MN$  в точке  $L$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $MKL$ , если  $\cos \angle ABK = \frac{2}{3}$ .

6. (20 баллов) Существует ли натуральное число, квадрат которого равен сумме пяти попарно различных квадратов целых чисел, таких, что среди них есть число  $7^2$ ?