

**Второй (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Математика», весна 2020 г.**

8 класс

Вариант № 4

1. (10 баллов) Творческий конкурс в институт состоял из четырех заданий. Всего абитуриентов было 70 человек. Первое испытание успешно выдержали 35, второе 48, третье 64, четвертое 63 человека, при этом все 4 задания не выполнил никто. Прошедших и третье, и четвертое испытания зачислили в институт. Сколько было зачисленных?

2. (15 баллов) Пусть $f(x) = x^2 - 5x + 2020$. Решите уравнение $f(3-x) = f(3x-1)$.

3. (15 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = 10$, $CD = 15$. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O , $AC = 20$, треугольники AOD и BOC имеют равные площади. Найдите AO .

4. (20 баллов) При каких значениях параметра a уравнение

$$\left| \frac{-4x^4 - (6a+10)x^3 + (16-4a)x^2 - (6a^2-14a-40)x}{(4-x^2-a)(3a+2x+5)} \right| = \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$
 имеет одно решение?

5. (20 баллов) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle B = \angle D = 90^\circ$, диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны, а диагональ AC является биссектрисой углов A и C . Найдите углы A и C , если $AC=2BD$. Ответ дайте в градусах.

6. (20 баллов) Даны 10 натуральных чисел, сумма любых четырех из них чётна. Может ли произведение всех десяти чисел оканчиваться на 1580? Ответ обоснуйте.

Второй (очный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Математика», весна 2020 г.

8 класс

Вариант № 5

1. (10 баллов). В одном из районов планеты изучалась сейсмическая активность. 80 процентов всех дней было тихо. Предсказания приборов обещали спокойную обстановку в 64 случаях из ста; причем в 70 процентах всех случаев, когда день был спокойным, прогнозы приборов сбылись. Сколько процентов среди дней с повышенной сейсмоактивностью составляют те, в которых прогнозы не совпали с реальностью?

2. (15 баллов) Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} y^2 + xy = 15 \\ x^2 + xy = 10 \end{cases}$$

3. (15 баллов) В треугольнике PQR медиана PA и биссектриса QB (A и B – точки их пересечения с соответствующими сторонами треугольника) пересекаются в точке O . Известно, что $3PQ = 5QR$. Найдите отношение площади треугольника PQR к площади треугольника PQO .

4. (20 баллов) При каких значениях параметра a уравнение
$$\frac{\sqrt{x-1} \cdot (|x^2 - 10x + 16| - a)}{ax^2 - 7x^2 - 10ax + 70x + 21a - 147} = 0$$
 имеет три решения?

5. (20 баллов) Четырехугольник, соединяющий середины сторон трапеции $ABCD$, является ромбом. Найдите его площадь, если высота трапеции $BH=5$ см, меньшее основание $BC=6$ см, а угол ABC равен 120° .

6. (20 баллов) Средняя продолжительность жизни в стране Гондор составляет 64 года. А средняя продолжительность жизни в стране Нуменор составляет 92 года. Средняя продолжительность жизни в двух этих странах 85 лет.

Во сколько раз отличается население Гондора от населения Нуменора?