Второй (очный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Математика», весна 2019 г.

8 класс

Вариант - 1

1. *(15 баллов)* При каком значении параметра m сумма квадратов корней уравнения $x^2+(m+1)x+2m-2=0$ будет наименьшей?

2. *(15 баллов)* Решите систему уравнений: $\begin{cases} y^2+x^2=2xy+4 \\ \dfrac{(y+2)\cdot(x-4)}{x^2-6x+8}=x-2 \end{cases}$

3. *(15 баллов)* В треугольнике ABC $\angle BAC=30°$, $\angle BCA=45°$. На стороне AB взята точка M так, что $AM=MB$. Найдите $\angle AMC$.

4. *(15 баллов)* Найдите, при каких значениях a уравнение $f(x)=p(x)$ имеет одно решение:

$$f(x)=\left|\frac{x^3+4x^2-x-4}{(x+2)(x+4)-3x-12}\right|$$

$$p(x)=\sqrt{x^2-8x+16}+a$$

5. *(20 баллов)* У Пети и Маши целое число рублей у каждого. Петя говорит Маше: "Если ты дашь мне 3 рубля, у меня будет в n раз больше рублей, чем у тебя".
Маша отвечает: "Если ты дашь мне n рублей, у меня будет в 3 раза больше рублей, чем у тебя".
Какие натуральные значения может принимать n, если ребята говорят правду?

6. *(20 баллов)* В параллелограмме $ABCD$ точки M, K, L, N лежат на сторонах AB, BC, CD, AD соответственно. $AM:MB=CK:KB=CL:LD=AN:ND=1:3$. Точка O лежит внутри $ABCD$ так, что площади четырехугольников $OKCL$, $OLDN$, $ONAM$ равны 6, 24 и 12 соответственно, то есть $S_{OKCL}=6$, $S_{OLDN}=24$, $S_{ONAM}=12$. Найдите площадь четырехугольника $OMBK$.

Второй (очный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Математика», весна 2019 г.

8 класс

Вариант - 3

1. **(15 баллов)** При каких значениях a системе уравнений

$$\begin{cases} 3x+2y=15a \\ \dfrac{1}{a}x+y=9 \end{cases}$$

удовлетворяет пара равных чисел? Для каждого такого a найдите решение системы.

2. **(15 баллов)** Решите систему уравнений: $\begin{cases} \dfrac{y-x+1}{x^2-3x}=1 \\ y^2+5+2xy=6y+6x-x^2 \end{cases}$

3. **(15 баллов)** Произвольная точка M, лежащая внутри правильного шестиугольника $ABCDEF$, площадь которого равна 36, соединена с его вершинами. Площади двух из шести образовавшихся треугольников AMB и CMD равны 3 и 9 соответственно. Найти площади оставшихся четырех треугольников.

4. **(15 баллов)** Найдите, при каких значениях параметра a уравнение $f(x)=p(x)$ имеет одно решение, если

$$f(x)=\left|\frac{x^3+x^2-4x-4}{(x-1)(x-3)+3x-5}\right|,$$

$$p(x)=\sqrt{x^2}+a.$$

5. **(20 баллов)** На стороне BC треугольника ABC выбрана точка K. Через вершину C и середину M отрезка AK проведена прямая, пересекающая сторону AB в точке N так, что $AM^2=CM\cdot MN$. Найдите $\angle BKN$, если $\angle ABC=47°, \angle BCA=64°$.

6. **(20 баллов)** Ученик записал на доске целое число. Затем он в уме умножил его на 5/4, прибавил к результату 5/4 и записал ответ на доске. Потом он повторил эти два действия со вторым числом и записал на доске результат. Те же операции он выполнил с третьим, четвёртым и пятым числами. Могли ли все шесть чисел получиться целыми? Ответ обоснуйте.

Второй (очный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Математика», весна 2019 г.

8 класс

Вариант - 7

1. ***(15 баллов)*** Каково расстояние между точками a и b на числовой оси, если про них известно, что $a+b=\sqrt{2019}$ и $ab=248,75$.

2. ***(15 баллов)*** Найдите значения переменных x и y, при которых выполняется равенство: $\left(\frac{y^2+6y-4x-7}{4x^2+12x}-1\right)^2+(x^2+4x-y-2)^2=0$.

3. ***(15 баллов)*** Площадь квадрата $ABCD$ равна 100. Точки K и L середины сторон AD и CD соответственно. Отрезки BK и AL пересекаются в точке M. Найти площадь четырехугольника $KMLD$.

4. ***(15 баллов)*** При каких значениях параметра a уравнение $f(x)=p(x)$, где $f(x)=\left|\frac{x^2-6x+9}{3-x}+\frac{4x^2-5x}{x}\right|$, $p(x)=|x+a|$, имеет одно решение?

5. ***(20 баллов)*** В параллелограмме *ABCD* *M* – середина стороны *BC*, *N* – середина стороны *CD*. Известно, что $DM\perp AC$. Найдите отрезок *BN*, если сторона *CD*=6.

6. ***(20 баллов)*** **Известно, что $\boldsymbol{n}!=\mathbf{1}\cdot\mathbf{2}\cdot\mathbf{3}\cdot\ldots\cdot\boldsymbol{n}$.**

35! = 10333147966386**CD**4929666651337523**AB**0000000.

Найти A,B,C,D.