

Первый (заочный) онлайн-этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Математика», осень 2018 г.

10 класс

№1: Найдите наименьшее допустимое натуральное значение параметра a , при котором уравнение $ax - 3 = 0$ имеет положительное решение.

№2: Решите неравенство $\frac{(\sqrt{x-3} + \sqrt{-x^2 + 18x - 45}) \cdot (|x^2 - 14x + 48| - |x - 8|)}{|x + 4| + |x - 21| - |x + 7| - |x - 36|} \geq 0$. В ответ

запишите сумму целых решений этого неравенства.

№3: При каких значениях параметра a уравнение $(a + 2) \cdot (x^2 - 6x + 8)^2 - 2(a - 1) \cdot (x^2 - 6x + 8) + a - 3 = 0$ имеет ровно два различных решения?

В ответе укажите сумму целых значений a , удовлетворяющих условию задачи.

$$\frac{x-3}{x} + \frac{x-4}{x} + \frac{x-5}{x} + \dots + \frac{3}{x} = 5$$

№4: Решить уравнение $\frac{x-3}{x} + \frac{x-4}{x} + \frac{x-5}{x} + \dots + \frac{3}{x} = 5$. В ответ записать наибольший корень уравнения. Если полученный результат не является целым числом, округлить его до трёх значащих цифр по правилам округления.

№5: В связи с неблагоприятными погодными условиями фермер собрал зерна на 10 % меньше, чем в предыдущий год. Как изменится в процентах по сравнению с предыдущим годом его выручка от продажи зерна, если закупочная цена на зерно по сравнению с предыдущим годом повысилась на 15%. В ответе укажите количество процентов.

№6: Какое наименьшее число клеток надо закрасить в квадрате со стороной 35 клеток (35x35– всего в квадрате 1225 клеток), чтобы среди любых трех его клеток, образующих фигуру «уголок», обязательно была хотя бы одна закрашенная.

№7: Меньшее основание равнобедренной трапеции равно боковой стороне, а диагональ перпендикулярна боковой стороне. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

№8: Внутри треугольника ABC выбрана точка M так, что угол BMC – прямой, а треугольник BMC равнобедренный. Расстояния от точки M до точки A, прямой AB и прямой AC равны $\sqrt{10}$, $\sqrt{2}$ и $\sqrt{5}$, соответственно. Найдите квадрат длины стороны BC.

$$x^2 + \frac{9x^2}{x^2 + 6x + 9} = 7$$

№9: Решить уравнение $x^2 + \frac{9x^2}{x^2 + 6x + 9} = 7$. В ответ записать значение выражения $x_0^3 - 4x_0$, где x_0 – наибольший корень уравнения. Если полученный результат не является целым числом, округлить его до трёх значащих цифр по правилам округления.