

**Первый (заочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Математика», осень 2017 г.**

8 КЛАСС

1. (15 баллов) Число $\overline{6x62y4}$ делится на 11, а при делении на 9 дает остаток 6. Найти остаток от деления этого числа на 13.
2. (15 баллов) Пять человек, выполняют некоторую работу. Первый, второй и третий, работая вместе, так же, как второй, четвертый и пятый, выполняют работу за час. Первый, работая с пятым, так же, как и третий, работая с четвертым, выполняют работу за 2 часа. За какое время все пять человек вместе выполняют эту работу?
3. (20 баллов) Биссектриса внешнего угла при вершине А треугольника ABC пересекает продолжение стороны BC в точке E. Доказать, что если AE в два раза больше высоты треугольника, опущенной из вершины А, то один из углов В и С треугольника на 60° больше другого.

4. (20 баллов) Числа x и y являются решениями системы
$$\begin{cases} ax - y = 2a + 1 \\ -x + ay = a \end{cases},$$
 где

a - параметр. Какое наименьшее значение может принимать выражение $2y^2 - x^2$, если $a \in [-0,5; 2]$.

5. (15 баллов) Ниф-Ниф, Наф-Наф, Нуф-Нуф и Волк решили взвеситься. Оказалось, что Волк весит больше, чем Ниф-Ниф; Нуф-Нуф и Ниф-Ниф весят больше, чем Волк и Наф-Наф; Нуф-Нуф и Наф-Наф весят столько же, сколько Волк и Ниф-Ниф. Расположите поросят и Волка в порядке возрастания веса.
6. (15 баллов) Три подруги - Маша, Оля и Света – поступили в лицей в экономический, информационный и математический классы. Если Маша экономистка, то Света не информатик. Если Оля не информатик, то Маша экономистка. Если Света не экономистка, то Оля – математик. Определите, в какие классы поступили девочки. Известно, что каждая девочка поступила в один класс, и классы различны.