

Второй (заключительный) этап олимпиады школьников
«Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету
«Математика», 8 класс, весна 2018 г.

Вариант №3

Задача 1. (15 баллов) Найти все натуральные значения n , для которых число $n^4 - n^3 + n^2 + 2$ является простым.

Задача 2. (15 баллов) Может ли дискриминант квадратного уравнения с целыми коэффициентами быть равным 7?

Задача 3. (15 баллов) Найдите все такие k и b , при которых система уравнений

$$\begin{cases} y + 2|x| = 2 \\ y = kx + b \end{cases} \text{ имеет бесконечно много решений.}$$

Задача 4. (20 баллов) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и BP. На высоте AD взята точка M, а на высоте BP - точка N так, что $\angle BMC = \angle ANC = 90^\circ$, $MN = 4 + 2\sqrt{3}$, $\angle MCN = 60^\circ$. Найдите биссектрису угла C треугольника MCN.

Задача 5. (15 баллов) Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 70 км, выехал велосипедист, а через некоторое время — мотоциклист, двигавшийся со скоростью 50 км/ч. Мотоциклист догнал велосипедиста на расстоянии 20 км от пункта А. Прибыв в пункт В, мотоциклист через 48 мин выехал обратно в пункт А и встретился с велосипедистом спустя 2 ч 40 мин после выезда велосипедиста из пункта А. Найдите скорость велосипедиста.

Задача 6. (20 баллов) Винни-Пух и Пятачок делят конфеты. Если Винни возьмет у Пятачка несколько конфет, то у него станет конфет в 4 раза больше, чем у Пятачка. Если же Пятачок заберет у Винни 90 конфет из его первоначального количества, то у Пятачка станет конфет в 5 раз больше, чем у Винни. Какое минимально возможное количество конфет могло быть у Пятачка и Винни-Пуха первоначально?