Решение варианта №3, 8 класс

1. Решение:

Разложим данное выражение на множители

$$n^4 - n^3 + n^2 + 2 = n^4 - n^3 - n + 1 + n^2 + n + 1 =$$
$$= n^3(n-1) - (n-1) + (n^2 + n + 1) =$$
$$= (n-1)(n^3-1) + (n^2+n+1) = (n^2+n+1)((n-1)^2+1)$$

Данное число будет простым, когда один из множителей равен 1, а другой множитель – простое число.

Так как $(n^2 + n + 1) \geq 3$ для всех натуральных n, то $((n-1)^2 + 1) = 1$, решение которого $n = 1$. При этом значении первый множитель равен 3- простому числу. Ответ $n = 1$

2. Решение

Пусть квадратное уравнение имеет вид $ax^2 + вx + c$=0, при условии a, b, c целые числа. Тогда дискриминант $D = в^2 - 4ac$, является целым числом, которое при делении на 4 дает тот же остаток, что и $в^2$,т. е 0 или 1. Число 7 при делении на 4 дает остаток 3. Ответ: нет, не может.

1. Найдите все такие k и b, при которых система уравнений $\begin{cases} y + 2|x| = 2 \\ y = кx + в \end{cases}$ имеет бесконечно много решений.

3. Решение

Уравнение $y + 2|x| = 2$ задаёт на координатной плоскости прямые: y=-2x+2, при x≥0 и y=2x+2, при x<0. Для того, чтобы система имела бесконечное множество решений необходимо, чтобы прямая y= k x+ b совпадала с одной из этих прямых. Ответ k =±2; b =2.

4. Решение

В треугольниках MCB и MDC $\cos\angle MCB = \frac{MC}{BC} = \frac{DC}{MC}$, следовательно, $MC^2 = DC \cdot BC$.

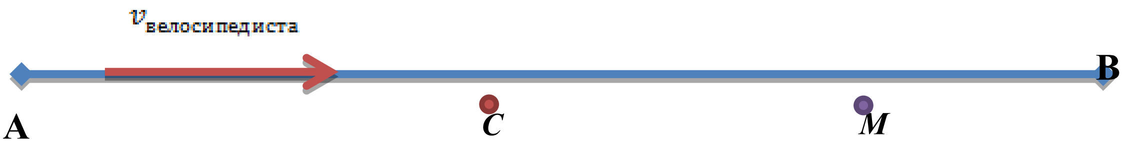
В треугольниках APN и ANC $\cos\angle PAN = \frac{AP}{AN} = \frac{AN}{NC}$, следовательно, $AN^2 = AP \cdot AC$.

$$\cos\angle BCA = \frac{PC}{BC} = \frac{DC}{AC} \Leftrightarrow PC \cdot AC = DC \cdot BC \Rightarrow MC^2 = NC^2 \Leftrightarrow MC = NC.$$

Значит, треугольник MCN равнобедренный. Проведем в нем CL – биссектрису, медиану и высоту. Тогда $\angle MCL = 30°, CL = \frac{ML}{tg\angle MCL} = \frac{(2+\sqrt{3})3}{\sqrt{3}} = 3 + 2\sqrt{3}.$

5. Решение

Возможное решение:



Пусть y есть время, через которое выехал мотоциклист после выезда велосипедиста.

$v_в = x$ км/ч и $v_м = 50$ км/ч скорости велосипедиста и мотоциклиста соответственно.

$t_{мотоциклиста} = 2\frac{40}{60} - \frac{70}{50} - \frac{4}{5} = \frac{7}{15}$ ч; —> получим систему:

$$\begin{cases} \frac{20}{x} - \frac{20}{50} = y \\ 70 - \frac{8}{3}x = 50 * (\frac{7}{15} - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{20}{x} - \frac{2}{5} = y \\ 70 - \frac{8}{3}x = \frac{70}{3} - 50y \end{cases}$$

$$70 - \frac{8}{3}x = \frac{70}{3} - 50 * (\frac{20}{x} - \frac{2}{5})$$

$$x^2 - 10x - 375 = 0$$

$D = 400$

$X1 = 25$ км/ч

$X2 = -15$ км/ч - не подходит по условию задачи => $x = 25$ км/ч

Ответ: 25 км/ч

6. Решение

Пусть x конфет у Пятачка, y - у Винни, n несколько конфет, которые Винни взял бы у Пятачка. Получим систему.

$\begin{cases} y + n = 4(x - n) \\ x + 90 = 5(y - 90), \end{cases} \begin{cases} x = 5y - 540 \\ y + n = 20y - 2160 - 4n, \end{cases}$ откуда $y = 113 + \frac{5n+13}{19}$. Так как y минимально и принимает натуральные значения, то это возможно при n=5, тогда $\begin{cases} y = 115 \\ x = 35 \end{cases}$

Ответ: у Винни было 115 конфет, у Пятачка 35 конфет.

Критерии проверки вариант №3, 8 класс

Задача 1

Баллы	
15	Обоснованно получен правильный ответ.
10	Выражение разложено на множители
2	Подбором найдено верное решение
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

Задача 2

Баллы	
15	Обоснованно получен правильный ответ.
10	Применили сведения об остатках при делении квадрата числа на 4.
5	Сделан вывод о равных остатках D и b.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

Задача 3

Баллы	
15	Обоснованно получен правильный ответ.
10	Проведен анализ количества решений системы.
5	Правильно расписано уравнение с модулем
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

Задача 4

Баллы	
20	Обоснованно получен правильный ответ.
15	При верном ходе решения допущена арифметическая ошибка.
10	Доказано, что треугольник MCN равнобедренный.
5	Верное формулирование некоторых геометрических фактов.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

Задача 5

Баллы	
15	Обоснованно получен правильный ответ.
10	При верном ходе решения допущена арифметическая ошибка.
5	Правильно составлена система уравнений.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

Задача 6

Баллы	
20	Обоснованно получен правильный ответ.
15	При верном ходе решения допущена арифметическая ошибка.

10	Проведен анализ возможных значений переменных.
5	Условие задачи представлено в виде системы условий.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.