Второй (заключительный) этап олимпиады школьников

«Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету

«Математика», 8 класс, весна 2017 г.

Вариант №1

1. Докажите, что при любом натуральном n, $n^2 + 8n + 15$ не делится на $n+4.$

(10 баллов)

2. Дан остроугольный треугольник ABC (AB= BC) и BC=12. $AN \perp BC.$ На боковой стороне BC, отмечена точка M (M лежит между B и N) так, что AN = MN и $\angle$BAM = $\angle$NAC. Найти BN. (15 баллов)

3. Робот-уборщик движется с постоянной скоростью и запрограммирован так, что через каждые 15 секунд поворачивает на 90 градусов, а между поворотами движется по прямой линии. Можно ли ожидать появления робота в исходной точке через 6 минут?

(15 баллов)

4. Обозначим *min(a;c)* наименьшее из чисел a и c. Постройте график функции $y = \min(x+2; x^2 - 6x + 8),$ и с его помощью решите неравенство $\min(x+2; x^2 - 6x + 8) \geq 0.$ (20 баллов)

Указание. Если при каких-то значениях аргумента значения, a и c совпадают, включаем в график функции любой из них

5. Найдите вид всех квадратных трехчленов $y(x) = ax^2 + bx + k,$ где a, b, k - заданные постоянные, таких, что для всех значений x выполняется условие $y(0,01x+1) = y(-0,01x).$ (20 баллов)

6. Докажите, что выражение $a^5 + 3ba^4 - 5a^3b^2 - 15a^2b^3 + 4ab^4 + 12b^5$ не равно 55 ни при каких целых значениях a и $b.$ (20 баллов)

Второй (заключительный) этап олимпиады школьников «Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету «Математика», 8 класс, весна 2017 г.

Вариант №2

1. Докажите, что при любом натуральном *n,* $n^2 + 6n + 8$ не делится на $n+3$.

(10 баллов)

2. Дан равнобедренный треугольник *ABC* (*AB*= *BC*) на боковой стороне *BC,* отмечены точки M и N(M лежит между B и N) так, что AN = MN и $\angle$BAM $=\angle$NAC. MF – расстояние от точки M до прямой AC. Найти $\angle$AMF. (15 баллов)

3. Тридцати смышленым школьникам из 6а, 7а, 8а, 9а, 10а классов поручили составить сорок задач для олимпиады. Любые два одноклассника придумали одинаковое количество задач, а любые два ученика разных классов - разное количество. Сколько человек придумали по одной задаче? (15 баллов)

4. Обозначим *max(a;c)* наименьшее из чисел a и c. Постройте график функции $y = \max(x-11; x^2-8x+7)$, и с его помощью решите неравенство $\max(x-11; x^2-8x+7) \prec 0.$ (20 баллов)

Указание. Если при каких-то значениях аргумента значения, a и c совпадают, включаем в график функции любой из них

5. Найдите вид всех квадратных трехчленов $f\left(x\right) = ax^2 + bx + c,$ где a,b,c – заданные постоянные, $a \neq 0$, таких, что для всех значений x выполняется условие $f\left(3,8x-1\right) = f\left(-3,8x\right).$ (20 баллов)

6. Докажите, что выражение $x^5 - 4x^4y - 5y^2x^3 + 20y^3x^2 + 4y^4x - 16y^5$ не равно 77 ни при каких целых значениях x и y. (20 баллов)