

**Второй (заключительный) этап XIX олимпиады школьников
«Шаг в будущее» для 8-10 классов по образовательному предмету
«Математика», 8 класс, февраль 2016 г.
Вариант № 1**

Задача 1. Для некоторых целых чисел x и y число $3x+2y$ делится на 29. Делится ли число $23x+25y$ на 29?

Задача 2 Винни-Пух и Пятачок начинают бегать вокруг круглого пруда, находясь на диаметрально противоположных берегах. После 10 мин бега Пятачок в третий раз обогнал Винни-Пуха. Через сколько времени он обгонит Винни Пуха в четвертый раз?

Задача 3. Когда катер проплывал по реке мимо городской пристани, от него отвязался спасательный круг. Пропажа была замечена капитаном только через 15 минут. Повернув назад, он догнал потерю в 250 метрах от пристани. Найти скорость течения реки. Ответ дать в км/час.

Задача 4. В параллелограмме $ABCD$ точка M середина BC , AM пересекается с BD в точке O . В треугольнике $A_1B_1C_1$ медиана A_1M_1 и биссектриса B_1D_1 пересекаются в точке O_1 под углом 90 градусов. Найти отношение площадей полученных четырехугольников $OMCD$ и $O_1M_1C_1D_1$, при условии, что площади треугольника $A_1B_1C_1$ и параллелограмма $ABCD$ равны.

Задача 5. Построить график функции $y=f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 2(1 - |x - 3|), & -4 \leq x < 4 \\ x^2 - 12x + 32, & 4 < x < 6 \\ \frac{(3x - 24)(x - 11)}{x - 8} + 11, & 6 < x < 10 \\ \frac{34 - 3x}{x - 11}, & 10 < x < 11 \end{cases}$$

а. Указать область значения и область определения функции.

б. Написать уравнения всех прямых, проходящих через точку $A(-4;-4)$ и имеющих с графиком функции единственную общую точку.

Задача 6. Каждая диагональ выпуклого пятиугольника отсекает от него треугольник площадь которого равна $\frac{2}{7}$. Найти площадь пятиугольника.

Задания	1	2	3	4	5	6
Баллы	10	10	15	20	25	20

**Второй (заключительный) этап XIX олимпиады школьников
«Шаг в будущее» для 8-10 классов по образовательному предмету
«Математика», 8 класс, февраль 2016 г.**

Вариант № 2

Задача 1. Для некоторых целых чисел x и y число $2x+3y$ делится на 51. Делится ли число $37x+30y$ на 51?

Задача 2. Незнайка очень торопился в гости к Пончику, поэтому за две трети времени от выхода до назначенного времени он прошел три четверти пути. После чего сбавил скорость и пришел в гости вовремя. Во сколько раз он сбавил скорость?

Задача 3. Проплывая по реке, пловец потерял под мостом флягу, но заметил это только через 12 минут. Повернув назад, он догнал флягу в 200 м от моста. Найти скорость течения реки. Ответ дать в км/час.

Задача 4. В параллелограмме $ABCD$ точка M середина BC , AM пересекается с BD в точке O . В трапеции $A_1B_1C_1D_1$, основание A_1B_1 в два раза меньше основания C_1D_1 . Точка M_1 середина B_1C_1 и A_1M_1 пересекается с B_1D_1 в точке O_1 . Найти отношение площадей полученных четырехугольников $OMCD$ и $O_1M_1C_1D_1$, при условии равенства площадей трапеции и параллелограмма.

Задача 5. Построить график функции $y=f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} -x - \frac{8x + 80}{x + 10}, & x < -6 \\ -(x + 4)^2 + \frac{2x + 8}{x + 4}, & -6 \leq x < -1 \\ |3x| - 10, & -1 < x \leq 5 \end{cases}$$

а. Указать область значения и область определения функции.

б. Написать уравнения всех прямых, проходящих через точку $A(8;2)$ и имеющих с графиком функции единственную общую точку.

Задача 6. Каждая диагональ выпуклого пятиугольника отсекает от него треугольник площадь которого равна $\frac{2}{3}$. Найти площадь пятиугольника.

Задания	1	2	3	4	5	6
Баллы	10	10	15	20	25	20