

МГТУ им. Н.Э.Баумана
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»,
2 тур, 8 класс, 15 февраля 2015 года

ВАРИАНТ 1

1. Докажите, что выражение $7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1580}$ делится на 400.
2. В одном из областных центров 20% семей, имеющих дочку, имеют также и сына, 25% семей, имеющих сына, имеют также и дочку, а 20% всех семей не имеют детей. Сколько % семей в городе имеют и сына и дочь?
3. Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 7 и дает остаток равный 1, при делении на каждое из чисел 2, 3, 4, 5, 6.
4. Найдите все значения параметра a , при которых площадь фигуры, ограниченной на координатной плоскости прямыми $y = 2x + b$, $y = -2x - b$, $y = 2x$, $y = -2x$, равна 9.
5. Найдите все целые значения параметра a , при которых уравнение $2x^7 + x^5 - 4x^3 - 2(a + 4)x^2 + 15x - 5a - 13 = 0$ имеет хотя бы один целый корень.
6. Дан пятиугольник $KLMNP$, в котором прямая KL параллельна прямой MN , прямая NP параллельна прямой LM , длина диагонали KM равна 20, длина диагонали MP равна 16. Найдите расстояние от точки N до прямой KM , если расстояние от точки L до прямой PM равно 15.
7. На плоскости расположено 2015 точек так, что площадь любого треугольника с вершинами в этих точках не превосходит 1. Докажите, что все эти точки можно покрыть одним треугольником площади 4.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Итого
Баллы	12	12	12	16	16	16	16	100

МГТУ им. Н.Э.Баумана
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»,
2 тур, 8 класс, 15 февраля 2015 года

ВАРИАНТ 2

1. Докажите, что выражение $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015}$ делится на 121.
2. Известно, что в одном из городов 10% болельщиков «Зенита» болеют за «Динамо», 20% болельщиков «Динамо» болеют за «Зенит» и 30% болельщиков футбола болеют за другие команды. Сколько % болельщиков футбола в городе болеет и за «Динамо» и за «Зенит»?
3. Укажите наименьшее натуральное число, отличное от 1, которое при делении на каждое из чисел 2, 3, 5 и 9, дает в остатке 1.
4. Найдите все значения параметра a , при которых площадь фигуры, ограниченной на координатной плоскости прямыми $y = 2x + a$, $y = 2x - a$, $y = x + a$, $y = x - a$, равна 36.
5. Найдите все целые значения параметра a , при которых уравнение $x^6 + 2x^4 - (a + 5)x^2 - 4a + 25 = 0$ имеет хотя бы один целый корень.
6. Дан пятиугольник $ABCDE$, в котором прямая AB параллельна прямой CD , прямая DE параллельна прямой BC , длина диагонали AC равна 24, длина диагонали CE равна 20. Найдите расстояние от точки D до прямой AC , если расстояние от точки B до прямой CE равно 18.
7. На плоскости расположено 1580 точек так, что площадь любого треугольника с вершинами в этих точках не превосходит 1. Докажите, что все эти точки можно покрыть одним треугольником площади 4.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Итого
Баллы	12	12	12	16	16	16	16	100