

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!»  
ПО ФИЗИКЕ.**

**2020/21 учебный год, ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА.**

**7,8 и 9 классы**

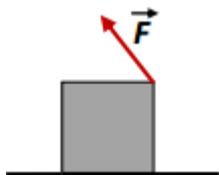
Задание отборочного тура состояло из тестовой части (с варьируемыми данными, проверялись только **ответы**) и творческой части (проверялись и оценивались **решения**).

**Часть I. Тестовое задание. Пример варианта.**

**Вопрос 1 (9 баллов):**

Однородный куб массой 400 г покоится на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между кубиком и поверхностью равен 0,24. К середине одного из его верхних ребер прикладывают силу, линия действия которой лежит в одной вертикальной плоскости с центром куба (см. рисунок). При какой минимальной величине этой силы возможно, что куб начнет вращаться вокруг оси, проходящей через его нижнее ребро, причем эта ось не будет перемещаться? Ответ запишите в ньютонах, с точностью до сотых, без указания единиц измерения. Ускорение свободного падения считать равным  $9,80 \text{ м/с}^2$ .

**ОТВЕТ:** 1,48.



**Комментарий:** Пусть  $\alpha$  – угол наклона линии действия силы  $\vec{F}$  к горизонтали. Тогда требование отсутствия скольжения куба означает, что сила трения  $F_{тр} = F \cos(\alpha)$ , а сила нормальной реакции поверхности  $N = mg - F \sin(\alpha)$ , и при этом  $F_{тр} \leq \mu N$ . Значит,  $\frac{mg}{F} \geq \frac{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)}{\mu}$ . С другой стороны, в момент начала отрыва куба от поверхности

при повороте вокруг ребра, точка приложения силы нормальной реакции смещается на это ребро, и для переворота момент силы  $\vec{F}$  относительно ребра должен быть не меньше момента силы тяжести:  $F \cdot a\sqrt{2} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) \geq mg \cdot \frac{a}{2}$ , и поэтому  $\frac{mg}{F} \leq 2[\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]$ .

Как видно, при каждом значении  $\alpha$  величина  $\frac{mg}{F}$  должна принадлежать заданному этими неравенствами интервалу значений, а минимальное возможное значение  $F$  соответствует

максимальному значению  $\frac{mg}{F}$ , достигаемому для  $\alpha > 45^\circ$  при совпадении границ интервалов, то есть при значении угла, определяемого из уравнения  $2[\cos(\alpha) + \sin(\alpha)] = \frac{\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)}{\mu}$ . Значит,  $\text{tg}(\alpha) = \frac{1 - 2\mu}{\mu}$  (отметим, что во всех

вариантах было  $\mu < \frac{1}{3}$ , так что соответствующее  $\alpha > 45^\circ$ ). Подставляя это значение угла в

любое из «пограничных» выражений для силы, находим, что (при  $\mu < \frac{1}{3}$ )

$$F_{\min} = \frac{\sqrt{1-4\mu+5\mu^2}}{2(1-\mu)} mg. \text{ При } \mu \geq \frac{1}{3} \text{ ответ был бы } F_{\min} = \frac{mg}{2\sqrt{2}}.$$

**Вопрос 2 (8 баллов):**

Межпланетная станция движется по эллиптической орбите вокруг Солнца. Афелий (самая далекая от Солнца точка ее орбиты) находится на расстоянии 4,2 а.е. от центра Солнца, и станция проходит его со скоростью 7,3 км/с. Перигелий (ближайшая к Солнцу точка ее орбиты) находится на расстоянии 0,6 а.е. от центра Солнца. С какой скоростью станция проходит перигелий? Ответ запишите в км/с, с точностью до десятых, без указания единиц измерения. 1 а.е. – единица измерения расстояний, используемая в астрономии и примерно равная среднему радиусу орбиты Земли.

**ОТВЕТ:** 51,1.

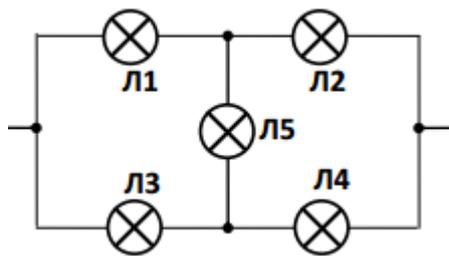
**Комментарий:** Афелий и перигелий – симметричные точки эллиптической орбиты небесного тела, движущегося вокруг Солнца, поэтому радиусы кривизны орбиты в этих точках одинаковы. Пусть этот одинаковый радиус равен  $R$ . Тогда уравнения для центростремительных компонент ускорения небесного тела массой  $m$  в этих точках имеют

$$\text{вид } m \frac{v_{A,P}^2}{R} = \frac{Gm_S m}{r_{A,P}^2} \quad (m_S \text{ – масса Солнца), откуда следует, что } v_P = \frac{r_A}{r_P} v_A.$$

**Вопрос 3 (8 баллов):**

Пять разных лампочек соединены по схеме, показанной на рисунке. Лампочки являются нелинейными элементами – для всех пяти сила тока через лампу примерно пропорциональна корню квадратному из приложенного напряжения (но с разными коэффициентами). Оказалось, что при подключении этой схемы к источнику постоянного напряжения четыре лампы (с номерами 1-4 на схеме) работают в номинальном режиме, а лампа 5 вовсе не горит и даже не греется. Номинальная мощность лампы 1 равна 4,5 Вт, лампы 2 – 4 Вт, лампы 3 – 7,2 Вт. Чему равна номинальная мощность лампы 4? Ответ запишите в ваттах, с точностью до десятых, без указания единиц.

**ОТВЕТ:** 6,4.



**Комментарий:** Ясно, что ток через Л5 не течет, поэтому  $I_2 = I_1$  и  $I_4 = I_3$ . Кроме того, напряжение на Л5 равно нулю, поэтому  $U_3 = U_1$  и  $U_4 = U_2$ . Лампа 4 работает в номинальном режиме, поэтому ее номинальная мощность

$$P_4 = U_4 I_4 = U_2 I_3 = \frac{U_2 I_2}{I_1} \frac{U_3 I_3}{U_1} = \frac{P_2 P_3}{P_1}.$$

**1. («Речной круиз»)** Братья-близнецы Иван и Петр летом после 7 класса отправились в путешествие на теплоходе. Когда теплоход шел по каналу (как сказал братьям помощник капитана – с постоянной скоростью), они обратили внимание на старые кирпичные столбы, равномерно расставленные вдоль канала. Иван и Петр решили измерить расстояние между столбами. Для этого они придумали следующий способ. Мальчики расположились на площадке верхней палубы, и в тот момент, когда с ними поравнялся очередной столб, один из них пошел от «кормового» конца площадки к «носовому». Как только он дошел до «носового» конца, вслед за ним отправился второй, а первый тем временем бегом вернулся обратно, чтобы снова пойти вслед за вторым. Таким образом, они, стараясь все время шагать в одном и том же ритме, успели совершить ровно 11 переходов до того, как с точкой старта поравнялся следующий столб. Затем они повторили процедуру, только теперь они ходили от «носового» конца площадки к «кормовому», шагая в том же ритме. Теперь они совершили ровно 13 переходов. Из вывешенного в коридоре плана братья узнали, что длина площадки верхней палубы равна 14,9 м. Чему равно расстояние между столбами?

**Возможное решение:**

Пусть  $v$  – скорость движения теплохода относительно берега, а  $u$  – скорость движения братьев относительно палубы во время переходов. По предположениям, сделанным в условии, эти скорости постоянны. Поэтому ясно, что время, потраченное братьями на  $N$  переходов, равно  $t_N = N \frac{L}{u}$  ( $L$  – длина площадки верхней палубы), независимо от направления их движения. С другой стороны, точка «старта» («носовой» или «кормовой» конец площадки) перемещается относительно берега со скоростью  $v$  независимо от направления движения братьев. Таким образом, расстояние между столбами в обоих «экспериментах» братьев равно  $D = N \frac{v}{u} L$ . Поэтому разные количества переходов указывают на то, что расстояния между столбами на самом деле не являются постоянными (либо неверно предположение о постоянстве скоростей)! В любом случае ясно, что на основании данных этих двух «экспериментов» невозможно дать однозначный ответ на вопрос, интересовавший братьев.

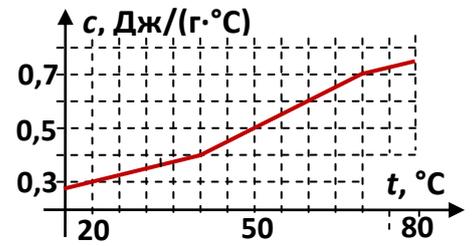
**ОТВЕТ:** однозначный ответ на поставленный вопрос дать невозможно, так как использованная братьями модель явления противоречит данным их измерений.

**КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:**

действие	макс.балл
Показано, что время движения братьев не зависит от направления	2
Указано (используется в решении), что скорость движения точки старта относительно берега не зависит от движения братьев	2
Получено выражение для расстояния между столбами, эквивалентное $D = N \frac{v}{u} L$	2
Сделан вывод о несовместимости предположений модели явления, использованной братьями (в любой форме)	3
Дан ответ о невозможности получить ответ на вопрос задачи (в любой форме)	1
<b>ВСЕГО</b>	<b>10</b>

**2. («Переменная теплоемкость»)** В легком калориметре находится 500 г необычной

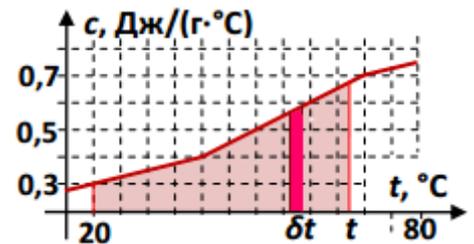
жидкости, удельная теплоемкость которой зависит от температуры. Эта зависимость представлена на графике. Температура жидкости равна  $20^{\circ}\text{C}$ . В калориметр опускают груз массой  $275\text{ г}$  из материала с удельной теплоемкостью  $3\text{ Дж}/(\text{г}\cdot^{\circ}\text{C})$  с температурой  $80^{\circ}\text{C}$ . Найти температуру содержимого калориметра после установления равновесия. Теплоемкостью калориметра и теплообменом его содержимого с окружающей средой можно пренебречь. С какой точностью получен результат?



**Возможное решение:**

Из условия теплового баланса ясно, что количество теплоты  $Q_+ = c_2 m_2 (t_2 - t)$ , отданное остывающим грузом (здесь  $c_2$  и  $m_2$  – удельная теплоемкость и масса груза,  $t_2$  – его начальная температура,  $t$  – искомая температура), должно равняться количеству теплоты  $Q_-$ , поглощенному нагреваемой жидкостью. Для нагревания жидкости при очень маленьком изменении ее температуры (на  $\delta t$ ) требуется количество теплоты  $\delta Q_- = c(t_{cp}) m_{жс} \delta t$ , где

$t_{cp}$  – это средняя температура на участке  $\delta t$ . Нетрудно заметить, что для графика величина  $c(t_{cp}) \delta t$  равна площади трапеции между участком графика и участком оси температур  $\delta t$ . Поэтому  $Q_-$  можно вычислить (см. рисунок) как площадь под графиком удельной теплоемкости на участке от начальной до конечной температуры жидкости, умноженную на массу жидкости. Как видно, для нагрева жидкости от  $t_1 = 20^{\circ}\text{C}$  до температуры  $40^{\circ}\text{C}$  потребуется



количество теплоты  $Q_1 = 500\text{ г} \cdot \frac{0,3 + 0,4}{2} \frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot^{\circ}\text{C}} \cdot (40 - 20)^{\circ}\text{C} = 3500\text{ Дж}$ , что заметно меньше,

чем выделится при остывании груза до  $40^{\circ}\text{C}$ . Аналогично можно убедиться, что для нагревания жидкости до  $70^{\circ}\text{C}$  потребуется большее количество теплоты, чем выделит груз в этом случае. Поэтому искомая температура находится на участке от  $40^{\circ}\text{C}$  до  $70^{\circ}\text{C}$ . Пусть  $t = 40^{\circ}\text{C} + \tau$ . Уравнение прямой, описывающей поведение удельной теплоемкости на нужном участке можно записать в виде  $c(\tau) = 0,4 \frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot^{\circ}\text{C}} + 0,01 \frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot(^{\circ}\text{C})^2} \cdot \tau$ . Уравнение

теплового баланса для установления равновесия имеет вид:

$$Q_1 + m_{жс} \cdot \frac{c(0) + c(\tau)}{2} \tau = m_2 \cdot c_2 (t_2 - t).$$

После подстановки числовых значений для величины

$x \equiv \frac{\tau}{1^{\circ}\text{C}}$  получаем квадратное уравнение  $x^2 + 410x - 11800 = 0$ . Положительный корень

этого уравнения  $x = \sqrt{53825} - 205 \approx 27,002$ . Таким образом,  $t \approx 67^{\circ}\text{C}$ . Сами вычисления являются точными (кроме последнего округления, вносящего ошибку менее  $0,01\%$ ), поэтому неточность результата связана с использованием данных, извлеченных из графика. Изучение графика показывает, что ошибки в определении удельной теплоемкости в точках «излома» графика (а именно их мы использовали для составления уравнения) не превышают  $5 \cdot 10^{-3}\text{ Дж}/(\text{г}\cdot^{\circ}\text{C})$ , в то время как среднее значение теплоемкости жидкости на нужном нам интервале чуть меньше  $0,5\text{ Дж}/(\text{г}\cdot^{\circ}\text{C})$ . Поэтому вносимую ошибку можно оценить в  $1\%$ . Ясно, что примерно такой же должна быть и ошибка в определении  $\tau$ , и она примерно равна  $0,3^{\circ}\text{C}$ . Значит,  $t = (67,0 \pm 0,3)^{\circ}\text{C}$ .

**ОТВЕТ:**  $t = (67,0 \pm 0,3)^\circ\text{C}$ .

**Примечание:** Помимо вычисления количества теплоты через площадь, можно использовать и другие методы – например, аналогию между связью координаты и скорости при

неравномерном движении по прямой  $v(t) = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Big|_{\Delta t \rightarrow 0}$  и связью количества теплоты и

переменной теплоемкостью  $m \cdot c(t) = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Big|_{\Delta t \rightarrow 0}$ . Тогда по аналогии с формулой изменения

координаты при равноускоренном движении  $v(t) = v(0) + at \Rightarrow x(t) - x(0) = v(0)t + \frac{a}{2}t^2$

можно записать формулу для количества теплоты при линейной зависимости теплоемкости

от температуры:  $c(\tau) = c(0) + k\tau \Rightarrow Q(\tau) = m \cdot \left( c(0)\tau + \frac{k}{2}\tau^2 \right)$ . Также допустимы другие

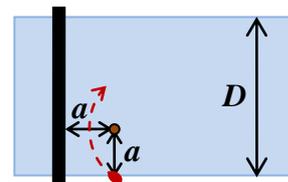
способы оценки погрешности (например, интервальный метод). Однако при этом оценка погрешности возрастет.

**КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:**

действие	макс.балл
Записано выражение, эквивалентное $Q_+ = c_2 m_2 (t_2 - t)$	2
Предложен корректный метод вычисления количества теплоты, полученного жидкостью (при линейной зависимости теплоемкости от температуры)	4
Установлено, что искомая температура находится на участке от $40^\circ\text{C}$ до $70^\circ\text{C}$	3
Записана (используется в решении) правильная аналитическая формула для зависимости удельной теплоемкости от температуры на нужном участке	2*
Получено правильное уравнение для искомой температуры, не содержащее неизвестных величин	3
Правильно найдена итоговая температура	4
Правильно оценена точность результата (ошибка результата указана в интервале от $0,1^\circ\text{C}$ до $1^\circ\text{C}$ )	2
<b>ВСЕГО</b>	<b>20</b>

\*если использовался, например, метод «стрельбы» для подбора нужной температуры (то есть считались  $Q_+$  и  $Q_-$  – по площади – для разных  $t$  и сравнивались до совпадения с хорошей точностью) без явного использования формулы зависимости, то этот пункт засчитывается при правильном результате.

**1. («На равных расстояниях»)** Через реку на ее почти прямолинейном участке шириной  $D = 170$  м сооружен мост, перпендикулярный реке. На расстоянии  $a = 50$  м и от берега, и от моста расположен почти неподвижный небольшой бакен. Катер стартует из точки напротив бакена с ближайшего к нему берега (см. рисунок) и движется таким образом, что он все время находится на равных расстояниях от моста и бакена.



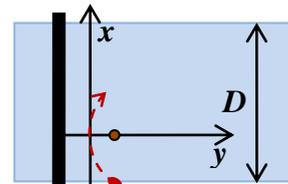
Кроме того, проекция его скорости на направление, перпендикулярное течению, все время остается постоянной. Катер достигает другого берега за 34 с.

- 1.1. На каком расстоянии от моста катер причалит к другому берегу?
- 1.2. Чему равны максимальная и минимальная величина ускорения катера относительно берега за время движения?

**Возможное решение:**

Введем систему координат  $(x, y)$ , показанную на рисунке, и запишем условие равенства

расстояний (начало координат совмещено с ближайшей к мосту точкой траектории катера, и ясно, что эта точка находится на расстоянии  $\frac{a}{2}$  и



от моста, и от бакена):  $y + \frac{a}{2} = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2}$ . Из этого условия

находим уравнение траектории катера:  $y(x) = \frac{x^2}{2a}$ , то есть катер движется по параболе. Из

этого уравнения сразу получаем ответ на первый вопрос: при  $x = D - a$  координата точки причаливания  $y = \frac{(D - a)^2}{2a}$ , то есть эта точка находится на расстоянии

$L = y + \frac{a}{2} = \frac{(D - a)^2 + a^2}{2a} = 169$  м от моста. Далее заметим, что, согласно условию, вдоль оси

$x$  катер движется с постоянной скоростью  $v_x = \frac{D}{T}$  ( $T$  – время переправы). Поэтому ускорение катера все время направлено по оси  $y$  ( $a_x \equiv 0$ ). Кроме того, ясно, что

$x(t) = -a + \frac{D}{T}t$ , и поэтому  $y(t) = \frac{a}{2} - \frac{D}{T}t + \frac{D^2}{aT^2} \frac{t^2}{2}$ . Из закона движения видно, что движение

по оси  $y$  – равноускоренное с ускорением  $a_y \equiv \frac{D^2}{aT^2}$ . Таким образом, величина ускорения катера постоянна, и поэтому максимальная и минимальная величина ускорения катера

относительно берега равны друг другу:  $|\vec{a}|_{\max} = |\vec{a}|_{\min} = \frac{D^2}{aT^2} = 0,5 \text{ м/с}^2$ .

**ОТВЕТЫ:** на расстоянии  $L = \frac{(D - a)^2 + a^2}{2a} = 169$  м, максимальная и минимальная величина

ускорения катера относительно берега равны друг другу:  $|\vec{a}|_{\max} = |\vec{a}|_{\min} = \frac{D^2}{aT^2} = 0,5 \text{ м/с}^2$ .

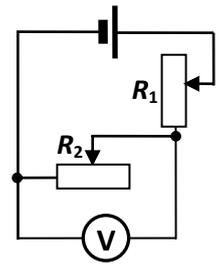
**Примечание:** На самом деле решение может быть построено и на основании других соображений. Например, можно сразу утверждать, что траектория является параболой, так как заданное в условии свойство траектории является одним из определяющих свойств параболы как кривой, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от некоторой точки (*фокуса* параболы) и некоторой прямой (*директрисы* параболы). То, что ускорение постоянно, можно понять из аналогии между движением катера и движением тела, брошенного в отсутствие сопротивления воздуха под углом к горизонту: именно в этом случае движение с постоянной скоростью вдоль оси  $x$  и с постоянным ускорением вдоль оси  $y$  дают параболическую траекторию.

#### КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:

действие	макс.балл
Обосновано (любым способом), что траектория катера является параболой	4
Правильно найдено численное значение расстояния от моста до точки причаливания	2+2=4
Показано, что ускорение направлено по оси $y$ (вдоль реки)	3
Показано, что величина ускорения постоянна	4

Сделан вывод, что $ \vec{a} _{\max} =  \vec{a} _{\min}$	1
Правильно найдена численная величина ускорения	4
<b>ВСЕГО</b>	<b>20</b>

**2. («Косвенные измерения»)** В схеме, показанной на рисунке, реостаты проградуированы таким образом, что их сопротивления определяются с ошибкой не более 0,1 Ом. Цена деления шкалы вольтметра равна 0,1 В. Показания вольтметра при различных значениях сопротивлений реостатов показаны в таблице ниже. Определите на основании этих данных ЭДС и внутреннее сопротивление источника. Укажите для каждой величины возможную ошибку ее вычисления.



$\downarrow R_1 \backslash R_2 \rightarrow$	24,0 Ом	42,0 Ом
10,0 Ом	23,1 В	26,8 В
18,0 Ом	18,6 В	22,8 В

**Возможное решение:**

Обозначим искомые величины  $\mathcal{E}$  и  $r$ , а величину внутреннего сопротивления вольтметра  $R_V$ , и выразим через них величину напряжения для на вольтметре: сила тока в ветви с

источником  $I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_V R_2 / (R_V + R_2)} = \frac{\mathcal{E}(R_V + R_2)}{(r + R_1)(R_V + R_2) + R_V R_2}$ , и поэтому нужно нам

напряжение  $U = \frac{R_2 R_V}{R_V + R_2} I = \frac{\mathcal{E} R_V R_2}{(r + R_1)(R_V + R_2) + R_V R_2}$ . Таким образом, результаты

измерений дают нам 4 независимых уравнения, содержащих 3 неизвестных ( $\mathcal{E}$ ,  $r$  и  $R_V$ ), среди которых – обе искомые величины. Ясно, что есть много разных способов их вычисления, и среди них есть неэквивалентные. Рассмотрим для примера один из них. Можно обратить внимание, что величина, обратная напряжению на вольтметре, является линейной функцией от  $\frac{1}{R_2}$ :  $\frac{1}{U} = a + \frac{b}{R_2}$ , где  $a \equiv \frac{1}{\mathcal{E}} + \frac{1}{\mathcal{E}} \frac{r + R_1}{R_V}$  и  $b \equiv \frac{r + R_1}{\mathcal{E}}$ . Для каждого из

значений сопротивления первого реостата ( $R_1' = 10$  Ом и  $R_1'' = 18$  Ом) мы знаем два значения функции  $\frac{1}{U}$  для двух значений аргумента  $\frac{1}{R_2}$ , что позволяет найти коэффициенты

зависимости:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{23,1\text{В}} = a' + \frac{b'}{24\text{Ом}} \\ \frac{1}{26,8\text{В}} = a' + \frac{b'}{42\text{Ом}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a' = \frac{2725}{92862} \frac{1}{\text{В}} \approx 0,029345 \frac{1}{\text{В}} \\ b' = \frac{740}{2211} \frac{1}{\text{А}} \approx 0,33469 \frac{1}{\text{А}} \end{array} \right.,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{18,6\text{В}} = a'' + \frac{b''}{24\text{Ом}} \\ \frac{1}{22,8\text{В}} = a'' + \frac{b''}{42\text{Ом}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a'' = \frac{325}{10602} \frac{1}{\text{В}} \approx 0,03065 \frac{1}{\text{В}} \\ b'' = \frac{980}{1767} \frac{1}{\text{А}} \approx 0,55461 \frac{1}{\text{А}} \end{array} \right.$$

Теперь заметим, что можно вычислить  $\mathcal{E} = \frac{R_1'' - R_1'}{b'' - b'} \approx 36,377$  В. С какой точностью определена эта величина? Отметим, что данные задачи даны с довольно высокой точностью: ошибка в определении сопротивлений не превосходит 1% (для большинства значений –

несколько десятых долей процента), а ошибка измерения напряжений не более  $\frac{0,05}{18,6} \approx 0,3\%$ .

Однако в процессе вычислений мы использовали вычитание величин, известных нам приближенно, а при таком действии относительная ошибка может увеличиваться.

Например, при нахождении  $b'$  было произведено вычитание  $\frac{1}{23,1\text{В}} - \frac{1}{26,8\text{В}} \approx 0,00598 \frac{1}{\text{В}}$ .

Если посмотреть максимально возможную  $\frac{1}{(23,1-0,05)\text{В}} - \frac{1}{(26,8+0,05)\text{В}} \approx 0,00614 \frac{1}{\text{В}}$  и

минимально возможную  $\frac{1}{(23,1+0,05)\text{В}} - \frac{1}{(26,8-0,05)\text{В}} \approx 0,00581 \frac{1}{\text{В}}$  величину этой разности,

то мы обнаружим, что крайние значения отклоняются от среднего не на 0,2% (ошибка в определении этих напряжений), а на 2,8%! Поэтому ошибка в определении величины ЭДС может достигать 1В. Таким образом, в нашем способе  $\mathcal{E} \approx (36,4 \pm 1,0)\text{В}$ . Далее выражаем  $r = b' \mathcal{E} - R'_1 \approx 2,175\text{Ом}$  и аналогично  $r = b'' \mathcal{E} - R''_1 \approx 2,175\text{Ом}$ . Как видно, результат достаточно стабилен, и ошибка в вычислении внутреннего сопротивления определяется ошибками определения входящих в это выражение величин и тем, что в этой формуле производится вычитание близких величин. Анализ интервальным методом показывает, что ошибка может достигать 0,7 Ом. Таким образом,  $r \approx (2,2 \pm 0,7)\text{Ом}$ .

**ОТВЕТЫ:**  $\mathcal{E} \approx (36,4 \pm 1,0)\text{В}$ ,  $r \approx (2,2 \pm 0,7)\text{Ом}$ .

**Примечание:** С точки зрения более строгого подхода, оценки погрешностей, производимые «интервальным» методом, являются несколько завышенными – на самом деле в рамках данного метода  $\mathcal{E} \approx (36,4 \pm 0,7)\text{В}$  и  $r \approx (2,2 \pm 0,4)\text{Ом}$ , но для «школьных» решений такая оценка считается приемлемой. Кроме того, как было отмечено, результат не вполне однозначен из-за «избыточности» системы уравнений. Следует также обратить внимание, что «пошаговые» вычисления с «грубыми» округлениями промежуточных результатов из-за упомянутого увеличения относительной ошибки при вычитаниях близких величин могут привести к численному ответу с очень низкой точностью, даже при использовании правильных формул. Поэтому (см. критерии проверки) допустимы ответы, несколько отличающиеся от полученных в предложенном решении. При этом решения с большими отклонениями считаются следствием неаккуратного анализа системы уравнений, и поэтому соответствующие ответы не засчитывались (на самом деле при аккуратном анализе все разумные способы дают, например, для ЭДС значение от 35 В до 37 В). Отметим, что, получив некоторое приближенное решение, можно провести «корректировку» полученных значений, подставляя их в исходную систему и слегка изменяя для лучшего согласия (в этом случае, конечно, необходимо найти и третью неизвестную – внутреннее сопротивление вольтметра; например, в нашем методе  $R_V \approx (180 \pm 50)\text{Ом}$ ). Такая корректировка позволяет увеличить точность результатов, но значительно увеличивает объем вычислений. Также можно обратить внимание, что использование в формуле значений  $\mathcal{E} = 36\text{В}$ ,  $r = 2\text{Ом}$  и  $R_V = 200\text{Ом}$  позволяет (при округлении до соответствующего разряда) «воспроизвести» приведенные в таблице результаты без отклонений.

#### КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:

действие	макс.балл
Получена правильная формула для измеряемого напряжения через параметры схемы	5
Используется корректный метод, позволяющий выразить $\mathcal{E}$ и $r$ из данных	4

измерений (записана полная система уравнений и искомые величины выражаются из нее)	
Получено значение ЭДС в интервале от 34,5 В до 37,5 В	<b>4*</b>
Указана ошибка в определении ЭДС в интервале от 0,4 В до 2 В и значение 36 В находится внутри полученного диапазона	<b>4*</b>
Получено значение внутреннего сопротивления источника в интервале от 1 Ом до 3 Ом	<b>4*</b>
Указана ошибка в определении $r$ в интервале от 0,3 Ом до 1 Ом и значение 2 Ом находится внутри полученного диапазона	<b>4*</b>
<b>ВСЕГО</b>	<b>25</b>

\*за эти пункты частичные баллы не ставятся! Если в работе использовался метод «корректировки» результатов, то ошибки могут быть немного меньше – до 0,2 В и 0,2 Ом, но тогда ответы должны находиться в интервале от 35,8 В до 36,2 В и от 1,8 Ом до 2,2 Ом соответственно – в этом случае за задачу ставится полный балл.