ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!»
ПО ФИЗИКЕ.
2020/21 учебный год, ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА.

10 и 11 классы.

Заключительный этап олимпиады проводился с использованием дистанционных технологий, позволяющих проводить идентификацию личности участника и контролировать соблюдение им регламента и правил проведения олимпиады (прокторинг). Испытание заключительного этапа проводилось одновременно для всех участников.

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения **– 1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) **– 2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) **– 3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) **– 4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ **– 5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки **– 5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки **– 11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов **– 15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

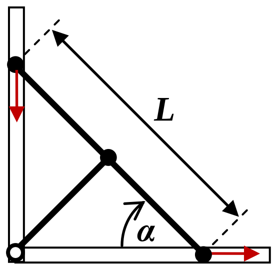
МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 БАЛЛОВ

БИЛЕТ № 03: ЗАДАНИЯ И ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ

Задание 1.

Вопрос: Жесткий стержень движется в плоскости. В некоторый момент времени скорость одного из его концов равна 0,5 м/с и направлена вдоль стержня. В тот же момент времени скорость другого конца стержня равна 1 м/с. Под каким углом к стержню направлена эта скорость?

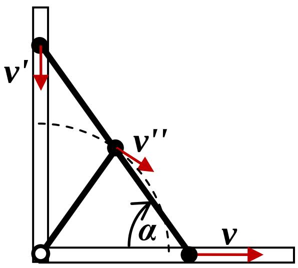
Задача: Три одинаковых массивных шарика прикреплены к концам и к середине легкого жесткого стержня длиной $L = 80$ см. Крайние шарики могут скользить по вертикальной и горизонтальной направляющим (см. рисунок). Средний шарик шарнирно соединен с легким жестким стержнем вдвое меньшей длины, второй конец которого шарнирно прикреплен к перекрестью направляющих. Изначально стержень располагают вертикально, а затем отпускают без начальной скорости. Трения нигде нет, крайние шарики не отрываются от направляющих и не застревают в них. Найдите скорость и ускорение нижнего шарика в тот момент, когда длинный стержень будет



наклонен под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

Ответ на вопрос: Проекции скоростей всех точек стержня на ось, направленную вдоль него, должны совпадать, то есть $v_A \cos(\alpha_A) = v_B \cos(\alpha_B) \Rightarrow \cos(\alpha_B) = \frac{v_A}{v_B}\cos(\alpha_A) = \frac{1}{2}$. Значит, скорость другого конца стержня направлена под углом 60° к стержню.

Решение задачи: Рассмотрим момент времени, когда длинный стержень направлен под углом α к горизонту, и обозначим скорость нижнего шарика в этот момент v.



рассуждения, аналогичного проведенному в ответе на вопрос ясно, что величина скорости верхнего шарика в этот момент равна $v' = v \cdot ctg(\alpha)$. Ясно, что средний шарик движется по окружности радиуса $\frac{L}{2}$, и его скорость всегда перпендикулярна короткому стержню, то есть направлена под углом $\beta = 2\alpha - 90°$ к длинному стержню. Поэтому величина этой скорости $v'' = \frac{v\cos(\alpha)}{\sin(2\alpha)} = \frac{v}{2\sin(\alpha)}$. Используя эти соотношения, можно выразить кинетическую энергию всей системы через скорость нижнего шарика: $E_K = \frac{m}{2}(v^2 + v'^2 + v''^2) = \frac{5mv^2}{8\sin^2(\alpha)}$ (здесь m – масса каждого из шариков). Эта энергия появилась благодаря убыли потенциальной энергии системы в поле тяжести Земли $E_K = -\Delta E_g = \frac{3mgL}{2}[1 - \sin(\alpha)]$. Поэтому

$v^2 = \frac{12}{5} gL\sin^2(\alpha)[1-\sin(\alpha)]$, то есть скорость нижнего шарика в нужный момент времени $v = 2\sin(\alpha)\cdot\sqrt{\frac{3}{5}gL[1-\sin(\alpha)]} \approx 1{,}4$ м/с. Для вычисления ускорения можно, например, воспользоваться тем, что $a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{dx} = -\frac{1}{2L\sin(\alpha)}\frac{d(v^2)}{d\alpha}$. Здесь использовано то, что $d(v^2) = 2v\cdot dv$ и $vdt = dx = d[L\cos(\alpha)] = -L\sin(\alpha)d\alpha$. Таким образом, $a = \frac{6}{5}g\cos(\alpha)[3\sin(\alpha)-2] \approx 3{,}6$ м/с^2.

ОТВЕТ: $v = 2\sin(\alpha)\cdot\sqrt{\frac{3}{5}gL[1-\sin(\alpha)]} \approx 1{,}4$ м/с, $a = \frac{6}{5}g\cos(\alpha)[3\sin(\alpha)-2] \approx 3{,}6$ м/с^2.

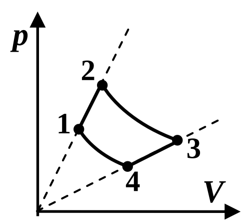
Задание 2.

Вопрос: Одноатомный идеальный газ в процессе с уравнением $p = \alpha\cdot V$ ($\alpha = const$) совершил работу 1 кДж. Количество газа не изменялось. На сколько изменилась его внутренняя энергия?

Задача: Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество гелия, цикл которого состоит из двух изотерм и двух процессов, в которых давление изменяется прямо пропорционально объему. Известно, что максимальная абсолютная температура в цикле в $n = 2$ раза больше минимальной, и что работа гелия в процессе изотермического расширения в $k = 2$ раза больше работы над гелием при сжатии в процессе, в котором давление пропорционально объему. Найдите КПД цикла.

Ответ на вопрос: В процессе $p = \alpha\cdot V$ работу можно вычислить как площадь под графиком процесса в координатах давление-объем: $A_{12} = \frac{p_1+p_2}{2}(V_2 - V_1) = \frac{\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2)$. Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2)$. Таким образом, для такого процесса $\Delta U = 3A = 3$ кДж.

Решение задачи: В замкнутом цикле полное изменение внутренней энергии равно нулю, и изменение внутренней энергии в изотермических процессах равно нулю, поэтому изменения



внутренней энергии в двух процессах, в которых давление пропорционально объему, противоположны: $\Delta U_{12} = -\Delta U_{34}$. В соответствии с результатом, полученным в ответе на вопрос, из этого следует, что $A_{12} = -A_{34} \equiv A$. Согласно условию, $A_{23} = kA$. С учетом уравнения Менделеева-Клапейрона, в процессах 1-2 и 3-4 температура изменяется пропорционально квадрату объема $T \propto pV \propto V^2$, и поэтому $V_2 = \sqrt{n}\cdot V_1$ и $V_3 = \sqrt{n}\cdot V_4$. Следовательно, $\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1}$, и отношение модулей работ в изотермических процессах 2-3 и 4-1 равно отношению температур изотерм. Значит, $A_{41} = -\frac{1}{n}A_{23} = -\frac{k}{n}A$. Таким образом, полная работа в цикле $A_c = A + kA - A - \frac{k}{n}A = \frac{k(n-1)}{n}A$.

Теплота к рабочему телу подводится в процессах 1-2 и 2-3. При этом $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = 4A$, а для изотермического процесса $Q_{23} = A_{23} = kA$, и количество теплоты, получаемое рабочим телом за цикл от нагревателя $Q_H = Q_{12} + Q_{23} = (4+k)A$. КПД цикла $\eta = \dfrac{A_c}{Q_H} = \dfrac{k(n-1)}{n(4+k)} = \dfrac{1}{6}$, то есть около 17%.

ОТВЕТ: $\eta = \dfrac{k(n-1)}{n(4+k)} = \dfrac{1}{6} \approx 0{,}17$.

Задание 3.

Вопрос: Металлический цилиндр радиусом 20 см и высотой 40 см помещен в постоянное однородное электрическое поле с напряженностью 60 В/м так, что его ось параллельна силовым линиям. Чему равна разность потенциалов центров оснований цилиндра?

Задача: Три одинаковых проводящих цилиндра закреплены вдали от других тел так, что их оси параллельны друг другу. Расстояние между любой парой осей одно и то же (больше диаметра цилиндров), и все «верхние» (а также, естественно, «нижние») основания находятся в одной плоскости. На два цилиндра (№ 1 и № 2) нанесен одинаковый заряд, а цилиндр № 3 не заряжен. Идеальный вольтметр, подключенный к цилиндрам № 1 и № 3, показывает напряжение $U = 40$ В. Когда цилиндр № 3 заземлили, показания вольтметра стали равны $U' = 60$ В. Затем цилиндр № 3 отсоединили от «земли», и заземлили цилиндр № 2, а потом отсоединили от «земли» цилиндр № 2 и заземлили цилиндр № 1. Найдите показания вольтметра в конечном состоянии системы. Влиянием вольтметра и соединительных проводов на заряды и потенциалы цилиндров можно пренебречь.

Ответ на вопрос: Любое проводящее тело в электростатическом поле – эквипотенциальная область, так как благодаря явлению электростатической индукции поле внутри проводника отсутствует. Поэтому разность потенциалов между основаниями цилиндров (как и между любыми двумя точками цилиндра) равно нулю.

Решение задачи: Так как положение цилиндров и среда между ними не изменяются, то при любых их зарядах

$$\begin{cases} \varphi_1 = k_{11}Q_1 + k_{12}Q_2 + k_{13}Q_3 \\ \varphi_2 = k_{21}Q_1 + k_{22}Q_2 + k_{23}Q_3 \\ \varphi_3 = k_{31}Q_1 + k_{32}Q_2 + k_{33}Q_3 \end{cases},$$

и в силу симметрии системы $k_{11} = k_{22} = k_{33} \equiv \alpha$, $k_{12} = k_{21} = k_{23} = k_{32} = k_{13} = k_{31} \equiv \beta$. Поэтому вначале, когда $Q_1 = Q_2 \equiv Q$ и $Q_3 = 0$, потенциалы цилиндров $\varphi_1 = \varphi_2 = \alpha Q + \beta Q$, $\varphi_3 = 2\beta Q$, и поэтому $U = (\alpha - \beta)Q$. После первого заземления, когда потенциал цилиндра 3 должен стать равным нулю (ясно, что изменяется только заряд цилиндра, соединенного с землей): $\varphi_3' = \alpha Q_3' + 2\beta Q = 0$, и поэтому $Q_3' = -\dfrac{2\beta}{\alpha}Q$. Значит, теперь

$\varphi_1' = \varphi_2' = (\alpha+\beta)Q + \beta Q_3' = \dfrac{(\alpha-\beta)(\alpha+2\beta)}{\alpha}Q$, и $U' = \dfrac{\alpha+2\beta}{\alpha}U$. Мы получили, что $\dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{U'-U}{2U}$. После второго заземления $\varphi_2'' = \beta Q + \alpha Q_2'' + \beta Q_3' = 0$, и из этого условия находим заряд второго цилиндра: $Q_2'' = -\dfrac{\beta}{\alpha}(Q_3' + Q) = -\dfrac{\beta}{\alpha}\left(1 - \dfrac{2\beta}{\alpha}\right)Q$. Новые потенциалы цилиндров 1 и 3 изменяются только из-за изменившегося на одинаковую величину вклада второго цилиндра, так что показания вольтметра не изменились ($U'' = U'$). Повторяя аналогичные действия и для третьего заземления, найдем, что $\varphi_1''' = \alpha Q_1''' + \beta Q_2'' + \beta Q_3' = 0$, откуда $Q_1''' = -\dfrac{\beta}{\alpha}(Q_3' + Q_2'') = \dfrac{\beta^2}{\alpha^2}\left(3 - \dfrac{2\beta}{\alpha}\right)Q$. Показания вольтметра $U''' = 0 - \varphi_3''' = -\alpha Q_3' - \beta(Q_2'' + Q_1''') = \dfrac{\beta(\alpha-\beta)(2\alpha-\beta)(\alpha+2\beta)}{\alpha^3}Q$. Используя соотношения $U' = \dfrac{(\alpha-\beta)(\alpha+2\beta)}{\alpha}Q$ и $\dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{U'-U}{2U}$, получаем: $U''' = \dfrac{U'(U'-U)(5U-U')}{4U^2} = 26{,}25\,\text{В}$.

ОТВЕТ: $U''' = \dfrac{U'(U'-U)(5U-U')}{4U^2} = 26{,}25\,\text{В}$.

Примечание: Если «обсчет» всех ситуаций, начиная со второго заземления, производился с использованием значения $\dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{1}{4}$, найденного из анализа первого заземления, то при правильном обоснованном ответе $U''' = \dfrac{21}{32}U = 26{,}25\,\text{В}$ за решение ставится **18 баллов** (только **1 балл** за аналитический ответ).

Задание 4.

Вопрос: Тонкие линзы. Связь оптической силы и фокусного расстояния линзы.

Задача: Предмет и его прямое изображение расположено симметрично относительно ближнего к предмету фокуса линзы. Расстояние от предмета до этого фокуса линзы $d = 15$ см. Найдите возможные значения оптической силы линзы.

Ответ на вопрос: Линза – прозрачное тело, ограниченное сферическими поверхностями. Такие тела обладают способностью фокусировать параллельные пучки параксиальных световых лучей (то есть лучей, идущих под малым углом к главной оптической оси линзы). Главным фокусом линзы называют точку, в которой фокусируются лучи, идущие параллельно ее главной оптической оси. Расстояние от плоскости линзы до фокуса – фокальное расстояние линзы. Оптической силой линзы называют величину, обратную фокусному расстоянию:

$D \equiv \dfrac{1}{F}$. Единицей измерения оптической силы является диоптрия (1 дптр = 1 м$^{-1}$). В случае собирающей линзы фокус является действительным (в нем пересекаются световые лучи), а фокусное расстояние и оптическая сила считаются положительными. В случае рассеивающих линз (фокус является мнимым – параллельный пучок лучей после прохождения линзы расходится так, что продолжения лучей пересекаются в плоскости) фокусное расстояние и оптическая сила линзы считаются отрицательными. Если диаметр линзы намного меньше радиусов кривизны ее сферических поверхностей, то ее толщина намного меньше диаметра. Если при этом мы рассматриваем только параксиальные лучи (для которых корректно использовать при выводе геометрических соотношений формулы $\sin(\alpha) \approx tg(\alpha) \approx \alpha$), то для описания прохождения лучей через линзу можно использовать приближение тонкой линзы. В рамках этого приближения оптическая сила линзы, помещенной в однородную среду, определяется формулой $D = (n-1)\cdot\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$, где n – показатель преломления вещества линзы относительно окружающей среды, а радиусы поверхностей линзы $R_{1,2}$ считаются положительными для выпуклой поверхности и отрицательными для вогнутой. Расстояния от светящейся точки a и расстояние до ее изображения b для тонкой линзы связаны ***формулой линзы*** $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = D = \dfrac{1}{F}$. В этой формуле a и b считаются положительными для действительных источников или изображений, и отрицательными – для мнимых.

Решение задачи: Прямые изображения предметов (светящиеся точки которых есть действительные источники для линзы) создают рассеивающие линзы (при любом расстоянии от предмета до линзы) и собирающие линзы (когда расстояние от предмета до линзы меньше ее фокусного расстояния). В обоих случаях это изображение будет мнимым, то есть будет располагаться по одну сторону от линзы с предметом. Пусть a – расстояние от предмета до линзы, а $b = -|b|$ – расстояние от линзы до мнимого изображения. Для рассеивающей линзы оптическая сила отрицательна, а изображение находится ближе к линзе, чем предмет. Поэтому $a = |F| + d$, а $|b| = |F| - d$. Согласно формуле линзы $\dfrac{1}{|F|+d} - \dfrac{1}{|F|-d} = -\dfrac{1}{|F|}$, откуда $|F|^2 - 2d|F| - d^2 = 0$. Выбирая для $|F|$ положительный корень уравнения, находим: $F = -(\sqrt{2}+1)d$. Аналогично для собирающей линзы (мнимое изображение находится дальше от линзы, чем предмет: значения $a = F - d$, а $|b| = F + d$ приводят к уравнению $F^2 - 2dF - d^2 = 0$, положительный корень которого снова $F = (\sqrt{2}+1)d$. Значит, возможные значения оптической силы линзы $D = \dfrac{1}{F} = \pm\dfrac{\sqrt{2}-1}{d} \approx \pm 2{,}76$ дптр.