ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года, 7-9 классы

БИЛЕТ № 12 (ЧЕЛЯБИНСК): возможные решения и ответы

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

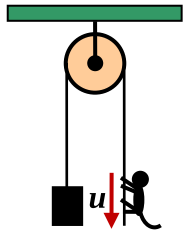
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Тяжелый груз поднимают на прочной веревке, перекинутой через легкий неподвижный блок, вращающийся без трения. Сначала, действуя с силой F_1, груз разгоняют с ускорением 1м/с^2, а затем, действуя с силой F_2, груз перемещают с постоянной скоростью 2 м/с. Как изменятся величины сил, если блок заменить на такой же, но с существенно большей массой (увеличатся, уменьшатся, останутся неизменными)? Ответ объяснить.

Задача: Легкая нерастяжимая веревка перекинута через легкий блок, вращающийся без трения. На одном конце веревки прикреплен груз, который удерживают на месте. На другом конце неподвижно повисла обезьянка. В некоторый момент времени обезьянка начинает, перебирая лапами, вытягивать мимо себя веревку с постоянной скоростью $u = 2$ м/с, и сразу после этого груз аккуратно отпускают. Спустя какое время скорости обезьянки и груза окажутся равны? Масса обезьянки на 10% больше массы груза. Веревка по блоку не скользит, ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.



Ответ на вопрос: При разгоне груза скорость вращения блока тоже должна увеличиваться. Для этого сумма моментов сил, приложенных к массивному блоку, должна отличаться от нуля – сила, с которой действуют на веревку, должна быть больше веса груза. Таким образом, при замене груза на массивный сила, необходимая для разгона груза, должна увеличиться: $F_1' > F_1$. При равномерном движении груза вращение блока тоже должно быть равномерным (если веревка не скользит по блоку), и в этом случае момент сил натяжения веревки должен равняться нулю. Поэтому сила натяжения веревки со стороны поднимающего устройства должна равняться весу груза, независимо от массы блока, то есть $F_2' = F_2$.

Решение задачи: Направим координатную ось x вертикально вниз. Сумма длин вертикальных отрезков нити от блока до груза и обезьяны должна уменьшаться со скоростью u. Следовательно, координаты груза x_1 и координата обезьяны x_2 должны удовлетворять соотношению $x_1 + x_2 = const - ut$. Следовательно, изменения этих координат за малое время Δt связаны соотношением $\Delta x_1 + \Delta x_2 = -u\Delta t$, которое означает, что в любой момент времени проекции скоростей на ось x связаны: $v_1 + v_2 = -u$. Движение, согласно условию, начинается таким образом, что при $t = 0$ скорость груза $v_1(0) = 0$. Значит, $v_2(0) = -u$. Рассуждая аналогично, замечаем, что проекции ускорений грузов также связаны: $a_1 + a_2 = 0$. Кроме того, эти ускорения удовлетворяют уравнениям движения, следующим из II закона Ньютона: $ma_1 = mg - T$ и $1{,}1 \cdot ma_2 = 1{,}1 \cdot mg - T$ (где T – сила натяжения нити). С учетом связи ускорений первое уравнение дает $-ma_2 = mg - T$. Вычитая это соотношение из второго уравнения, найдем, что $2{,}1 \cdot ma_2 = 0{,}1 \cdot mg \Rightarrow a_2 = \dfrac{g}{21}$. Соответственно $a_1 = -\dfrac{g}{21}$, и законы изменения скоростей груза и обезьянки записываются в виде $v_1(t) = -\dfrac{g}{21}t$ и $v_2(t) = -u + \dfrac{g}{21}t$. Момент времени, когда скорости равны, определяется из уравнения $-\dfrac{g}{21}t = -u + \dfrac{g}{21}t$, откуда $t = \dfrac{21u}{2g} = 2{,}1$с.

ОТВЕТ: $t = \dfrac{21u}{2g} = 2{,}1$с.

Задание 2.

Вопрос: Как производится измерение температуры? Опишите шкалу температур Цельсия.

Задача: Ученик 8 класса на лабораторной работе налил в калориметр кипящую воду, и стал бросать туда чайной ложкой мокрый снег (состоящий на 80% из кристалликов льда и на 20% из жидкой воды, находящихся в равновесии). После таяния двух ложек снега температура воды в калориметре стала равна $t_2 = 80°C$. Какое минимальное количество ложек нужно <u>еще</u> бросить в калориметр, чтобы снег перестал таять? Можно считать, что в каждой ложке всегда одно и то же количество снега, и калориметр не переполняется.

Теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·°С).

Ответ на вопрос: Для измерения температуры тела оно приводится в тепловое равновесие с термометром – стандартным телом с индикацией температуры, проградуированной в соответствии с некоторой температурной шкалой. Для градуировки термометра по шкале Цельсия используются две «реперные» точки: температура плавления льда при нормальном атмосферном давлении принимается за 0°С, а температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении принимается за 100°С. Между этими точками шкала разделяется на градусы равномерно, и от них в обе стороны распространяется с таким же шагом.

Решение задачи: Обозначим массу добавляемой порции снега m, а начальную массу воды в калориметре M. Ясно, что находящиеся в равновесии компоненты мокрого снега имели температуру 0°С, а кипящая вода имела температуру $t_0 = 100°C$. Тогда уравнение теплового баланса для установления равновесия после добавления двух порций позволяет найти массу порции: $\lambda \cdot 1{,}6m + c \cdot 2mt_2 = cM(t_0 - t_2) \Rightarrow m = \dfrac{cM(t_0 - t_2)}{2(0{,}8 \cdot \lambda + ct_2)}$. Снег перестанет таять после добавления n-ой ложки, если температура станет равна 0°С (последняя порция при этом может и не растаять целиком). Таким образом, должно выполняться требование

$$n \cdot \lambda \cdot 0{,}8m \geq cM\,t_0 \Rightarrow n \geq \frac{cM\,t_0}{0{,}8\lambda m} = \frac{2t_0}{t_0 - t_2}\left(1 + 1{,}25\frac{ct_2}{\lambda}\right) = 22{,}5.$$

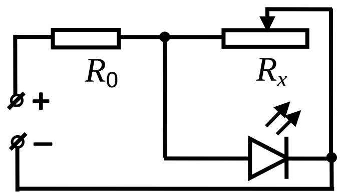
Значит, после 23-ей ложки снег перестает таять (23-я ложка растает частично, а 24-я вовсе не будет таять). То есть «еще» (кроме двух начальных) нужно добавить 21 ложку.

ОТВЕТ: 21 ложку.

Задание 3.

Вопрос: Когда светодиод находится в «открытом» состоянии, напряжение на нем практически не зависит от протекающего тока. Пусть это напряжение равно 6 В. Какова величина силы тока, протекающего через светодиод, если он потребляет мощность 9 Вт?

Задача: Цепь питания светодиода собрана по схеме, показанной на рисунке. Яркость его свечения регулируется с помощью реостата. При сопротивлении реостата $R_1 = 10$ Ом мощность, потребляемая светодиодом, равна $P_1 = 4{,}5$ Вт, при $R_2 = 15$ Ом – $P_2 = 5{,}1$ Вт. Какую мощность будет потреблять светодиод при максимальном сопротивлении реостата, равном $R_3 = 30$ Ом? Можно считать, что источник идеальный, и что напряжение на светодиоде не зависит от протекающего тока.



Ответ на вопрос: Потребляемая элементом цепи мощность $P = U \cdot I$. Значит, $I = \dfrac{P}{U_0} = 1{,}5$ А.

Решение задачи: Пусть U – напряжение на клеммах источника, а U_0 – напряжение на светодиоде, которое, согласно условию, постоянно. Тогда ток в ветви с источником $I = \dfrac{U - U_0}{R_0}$. Сила тока через реостат $I_x = \dfrac{U_0}{R_x}$, и поэтому ток через светодиод $I_D = I - I_x = \dfrac{U - U_0}{R_0} - \dfrac{U_0}{R_x}$. Следовательно, зависимость мощности, потребляемой светодиодом, от сопротивления реостата описывается формулой $P_D = \dfrac{U_0(U - U_0)}{R_0} - \dfrac{U_0^2}{R_x} \equiv P_0 - \dfrac{U_0^2}{R_x}$. Запишем эту формулу для трех значений сопротивления реостата:

$$\begin{cases} P_1 = P_0 - \dfrac{U_0^2}{R_1} \\ P_2 = P_0 - \dfrac{U_0^2}{R_2} \\ P_3 = P_0 - \dfrac{U_0^2}{R_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_2 - P_1 = U_0^2\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right) \\ P_3 - P_2 = U_0^2\left(\dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{R_3}\right) \end{cases} \Rightarrow P_3 = (1+z)P_2 - zP_1.$$

Здесь $z \equiv \dfrac{R_1(R_3 - R_2)}{R_3(R_2 - R_1)}$. В нашем случае $z = 1$, и $P_3 = 2P_2 - P_1 = 5{,}7$ Вт. Задачу можно решать «в числах» (сразу подставляя в эти уравнения величины сопротивлений) – тогда выкладки становятся более простыми. Также можно заметить, что мощность есть <u>линейная</u> функция обратного сопротивления реостата, и что в нашем случае $\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2} = \dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{R_3}$. Тогда сразу ясно, что $P_2 - P_1 = P_3 - P_2 \Rightarrow P_3 = 2P_2 - P_1$.

ОТВЕТ: $P_3 = 2P_2 - P_1 = 5{,}7$ Вт.

Задание 4.

Вопрос: В чем состоит условие плавания тела на поверхности глубокого водоема?

Задача: На тонкий прочный стержень насажены два небольших шара одинакового радиуса: очень легкий – на конце стержня, тяжелый – на расстоянии четверти длины стержня от другого конца. Массы стержня и легкого шара намного меньше массы тяжелого. Нам нужно убедиться, что эта конструкция будет плавать на поверхности в глубоком водоеме. Если поместить ее в неглубокий бассейн, то она располагается в нем так, что свободный конец упирается в дно, а легкий шар плавает на поверхности. Мы измерили отношение объема его выступающей части к объему всего этого шара *k*. При каких *k* конструкция действительно будет плавать на глубине?

Ответ на вопрос: При плавании тела на поверхности глубокого водоема тело не касается дна, и поэтому вес тела должен уравновешиваться только силой Архимеда. Максимальная величина этой силы достигается при полном погружении тела, и равна весу вытесняемой телом жидкости. Для этого необходимо, чтобы масса тела не превышала массу жидкости в объеме тела. Это требование можно также сформулировать в виде «средняя плотность тела не должна превышать плотности жидкости».

Решение задачи: Так как шары одинаковы по объему, то величина силы Архимеда, действующая на легкий шар в бассейне (F_1) связана с величиной силы Архимеда, действующей на тяжелый шар (F_2) соотношением $F_1 = (1-k)F_2$. Пренебрегая весом легкого шара, запишем условие равновесия моментов сил относительно точки опоры (ясно, что плечо силы Архимеда и силы тяжести, действующих на тяжелый шар, в четыре раза меньше, чем плечо силы Архимеда, действующей на легкий шар): $F_1 l_1 + F_2 \dfrac{l_1}{4} = Mg\dfrac{l_1}{4}$. С учетом предыдущего соотношения находим, что $F_2 = \dfrac{Mg}{5-4k}$. Для плавания в глубоком водоеме нужно, чтобы максимальная сила Архимеда (когда оба шара погружены целиком) превышала вес всех тел, примерно равный весу тяжелого шара. Таким образом, должно выполняться требование $2F_2 > Mg \Rightarrow \dfrac{2Mg}{5-4k} > Mg \Rightarrow k > \dfrac{3}{4}$.

ОТВЕТ: при $k > \dfrac{3}{4}$.

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года, 7-9 классы

БИЛЕТ № 14 (ЖЕЛЕЗНОВОДСК): возможные решения и ответы

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

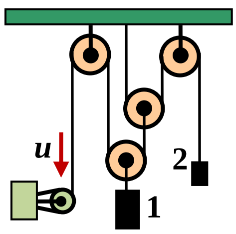
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

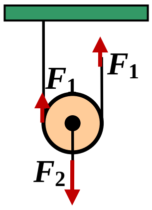
Задание 1.

Вопрос: Подвижный блок. Опишите соотношение сил и перемещений при использовании подвижного блока.

Задача: Система из двух легких прочных тросов, двух неподвижных и двух подвижных блоков и двух грузов подвешена к потолку (см. рисунок). Все блоки – легкие и вращаются без трения, тросы по блокам не скользят. Конец одного из тросов закреплен на шкиве выключенной лебедки, груз 2 удерживают на месте. Этот груз аккуратно отпускают, а затем почти сразу включают лебедку, которая начинает вытягивать трос с постоянной скоростью $u = 1{,}5$ м/с. За какое время груз 2 поднимется на высоту $h = 1{,}5$ м? Отношение масс грузов $m_1 : m_2 = 4$. Временем разгона грузов и их



смещением при разгоне пренебречь.



Ответ на вопрос: Подвижный блок – простой механизм (показан на рисунке). При смещении свободного конца веревки, перекинутой через подвижный блок, оно поровну распределяется между двумя сторонами петли, и смещение оси блока будет в два раза меньше, чем смещение конца веревки: $s_1 = 2s_2$. При плавном равномерном движении блока (или если масса блока пренебрежимо мала при конечных ускорениях) сумма сил, приложенных к блоку, должна равняться нулю, и для легкой веревки сила, приложенная к оси блока, будет в два раза больше силы, натягивающей веревку: $2F_1 = F_2$. В результате подвижный блок не дает выигрыша в работе: $F_1 s_1 = F_2 s_2$.

Решение задачи: Направим координатную ось *x* вертикально вниз. Движение, согласно условию, начинается таким образом, что грузы в процессе разгона движутся под действием сил натяжения нитей. Если рассмотреть «верхний» из подвижных блоков, то, как следует из ответа, мы придем к выводу, что сила натяжения «левой» нити T_1 в два раза больше, чем «правой» (T_2). Уравнения движения грузов, следующие из II закона Ньютона, имеют вид: $m_1 a_1 = m_1 g - 2T_1 = m_1 g - 4T_2$ и $m_2 a_2 = m_2 g - T_2$. С учетом соотношения масс обнаруживается, что в процессе разгона $a_2 = a_1$, то есть $v_2(t) = v_1(t)$ (начальные скорости обоих грузов равны нулю). Сумма длин вертикальных отрезков «левой» нити в процессе движения системы после разгона должна уменьшаться со скоростью u, а сумма длин вертикальных отрезков «правой» - оставаться неизменной. Поэтому координаты грузов $x_{1,2}$ и координата верхнего блока $x_Б$ должны удовлетворять соотношениям $2x_1 - x_Б = const - ut$ и $x_2 + 2x_Б = const$. Следовательно, $4x_1 + x_2 = const - 2ut$. Значит, изменения этих координат за малое время Δt связаны соотношением $4\Delta x_1 + \Delta x_2 = -2u\Delta t$, и проекции скоростей грузов на ось *x* тоже связаны: $4v_1 + v_2 = -2u$. Таким образом, при $t = 0$ скорости грузов $v_1(0) = v_2(0) = -\frac{2u}{5}$. Так как скорости и дальше должны быть связаны этим соотношением при одинаковых ускорениях, то эти ускорения равны нулю, и скорости будут оставаться постоянными! Об этом можно было догадаться и без прямого вычисления, если обратить внимание, что при выключенной лебедке грузы находятся в равновесии. Итак, груз 2 поднимается вверх со скоростью $\frac{2u}{5}$. Поэтому искомое время подъема $t = \frac{5h}{2u} = 2{,}5$ с.

ОТВЕТ: $t = \frac{5h}{2u} = 2{,}5$ с.

Задание 2.

Вопрос: Что происходит с кинетической энергией и потенциальной энергией взаимодействия молекул H_2O при таянии льда? Ответ обосновать.

Задача: Ученик 8 класса на лабораторной работе поместил в калориметр $M = 115$г мокрого снега (состоящего на 60% из кристалликов льда и на 40% из жидкой воды, находящихся в равновесии), и стал добавлять туда ложкой кипящую воду. После добавления одной ложки и установления равновесия масса ледяных кристаллов в калориметре стала равна $m_1 = 63$г. Школьник добавил <u>еще</u> 11 ложек горячей воды. Какой стала температура содержимого калориметра после установления нового равновесия? Можно считать, что в каждой ложке всегда одно и то же количество воды, и калориметр не переполняется. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·°С).

Ответ на вопрос: При таянии льда температура не меняется, а скорость движения молекул определяется именно температурой. Поэтому кинетическая энергия молекул остается неизменной. Вместе с тем их полная энергия в среднем увеличивается – это ясно из того соображения, что для плавления льду нужно сообщать энергию. Следовательно, потенциальная энергия взаимодействия молекул при переходе воды из твердой в жидкую фазу увеличивается.

Решение задачи: Обозначим массу добавляемой порции кипятка m. Ясно, что находящиеся в равновесии компоненты мокрого снега имели температуру 0°С, а кипящая вода имела температуру $t_0 = 100°C$. Тогда уравнение теплового баланса для установления равновесия после добавления одной ложки порций позволяет найти массу порции: $\lambda \cdot (0{,}6M - m_1) = cmt_0 \Rightarrow m = \dfrac{\lambda \cdot (0{,}6M - m_1)}{ct_0} = 4{,}8$ г. Важно обратить внимание, что, пока лед в составе снега тает, температура всей жидкой воды в равновесных состояниях остается равной 0°С (теплота остывания кипятка идет только на таяние льда). При этом одна ложка позволяет растопить $0{,}6M - m_1 = 6$ г льда. Из этого ясно, после добавление еще 11 ложек кипятка весь лед растает. Ясно, что $\dfrac{m_1}{0{,}6M - m_1} = 10{,}5$ ложек кипятка растопят весь лед, а оставшиеся 0,5 ложки пойдут на нагрев всей воды. Поэтому

$$c(M + 11{,}5m)t = c \cdot 0{,}5m(t_0 - t) \Rightarrow t = \frac{m}{2(M + 12m)} t_0 = \frac{\lambda(0{,}6M - m_1)t_0}{2[M(ct_0 + 7{,}2\lambda) - 12m_1\lambda]} \approx +1{,}4°C.$$

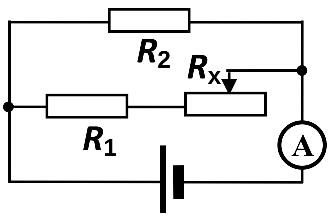
Здесь допустим «поэтапный» численный расчет.

ОТВЕТ: $t \approx +1{,}4°C$.

Задание 3.

Вопрос: Как сопротивление однородной проволоки зависит от ее геометрических параметров?

Задача: В схеме, показанной на рисунке, используются проградуированный реостат, амперметр с очень малым внутренним сопротивлением и практически идеальный источник с ЭДС 24 В. Изменяя сопротивление реостата, фиксируем показания амперметра: при $R_a = 10$ Ом сила тока $I_a = 1{,}6$ А, а при $R_b = 40$ Ом она равна $I_b = 1{,}2$ А. Найдите сопротивления резисторов R_1 и R_2.



Ответ на вопрос: Сопротивление однородной проволоки зависит от площади ее поперечного сечения S и длины l и определяется формулой $R = \rho \dfrac{l}{S}$, где ρ – удельное сопротивление материала проволоки. Для зачета вопроса достаточно указать, что сопротивление прямо пропорционально отношению длины к площади поперечного сечения, а коэффициент пропорциональности зависит от материала.

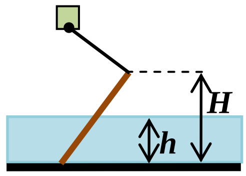
Решение задачи: Пусть E – ЭДС источника (напряжение на его клеммах при разомкнутой цепи). Ток через амперметр равен сумме токов через обе ветви с резисторами: $I = \dfrac{\mathrm{E}}{R_1 + R_x} + \dfrac{\mathrm{E}}{R_2}$. Значит, сопротивления резисторов удовлетворяют системе уравнений $\dfrac{I_a}{\mathrm{E}} = \dfrac{1}{R_1 + R_a} + \dfrac{1}{R_2}$ и $\dfrac{I_b}{\mathrm{E}} = \dfrac{1}{R_1 + R_b} + \dfrac{1}{R_2}$. Вычитая эти уравнения, получаем уравнение для R_1: $\dfrac{I_a - I_b}{\mathrm{E}} = \dfrac{R_b - R_a}{(R_1 + R_a)(R_1 + R_b)}$, или $R_1^2 + (R_a + R_b)R_1 + R_aR_b - \dfrac{\mathrm{E}(R_b - R_a)}{I_a - I_b} = 0$. Выбирая положительный корень этого уравнения, находим, что $R_1 = -\frac{R_a + R_b}{2} + \sqrt{\frac{(R_b - R_a)^2}{4} + \frac{\mathrm{E}(R_b - R_a)}{I_a - I_b}} = 20$ Ом. Теперь из любого соотношения находим второе сопротивление, например: $R_2 = \frac{\mathrm{E}(R_1 + R_a)}{(R_1 + R_a)I_a - \mathrm{E}} = 30$ Ом.

ОТВЕТ: $R_1 = -\frac{R_a + R_b}{2} + \sqrt{\frac{(R_b - R_a)^2}{4} + \frac{\mathrm{E}(R_b - R_a)}{I_a - I_b}} = 20$ Ом, $R_2 = \frac{\mathrm{E}(R_1 + R_a)}{(R_1 + R_a)I_a - \mathrm{E}} = 30$ Ом.

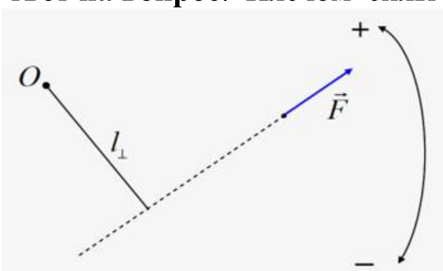
Задание 4.

Вопрос: Дайте определение момента силы и сформулируйте правило рычага.

Задача: Массивный однородный стержень верхним концом прикрепили к легкому прочному тросу (другой конец троса закреплен неподвижно). При этом нижним концом стержень опирался на пол бассейна, трос был перпендикулярен стержню, а верхний конец стержня находился на высоте $H = 0{,}9$ м. Трос оказался натянут с силой $T_0 = 80$ Н. Какой станет сила натяжения троса, если бассейн заполнить водой до глубины $h = 0{,}45$ м? Плотность материала стержня в два раза больше плотности воды, нижний конец стержня по дну бассейна не скользит.

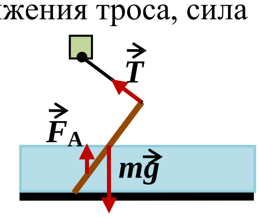


Ответ на вопрос: Плечом силы относительно оси называют расстояние от оси до линии действия силы (в школьной программе рассматриваются только случаи, когда ось перпендикулярна плоскости возможного вращения тела). **Момент силы** – произведение величины силы на ее плечо, взятое со знаком + (-), если сила вращает тело вокруг оси в положительном (отрицательном) направлении: $M = \pm|\vec{F}| \cdot l_{\perp}$.



Правило рычага утверждает, что в состоянии равновесия алгебраическая сумма моментов сил, приложенных к «рычагу» (протяженному твердому телу), равна нулю.

Решение задачи: Пока воды не было, на стержень действовали сила натяжения троса, сила тяжести и сила реакция дна. Плечо силы натяжения относительно точки опоры равно длине стержня L, а плечо силы тяжести – расстоянию от точки опоры до проекции середины стержня на дно (обозначим его l). Запишем правило рычага: $T_0 L - mgl = 0 \Rightarrow T_0 = \frac{l}{L}mg$. После появления воды к этим силам добавилась сила Архимеда. Ясно, что объем погруженной части стержня составляет часть $\frac{h}{H}$ от общего объема. С учетом соотношения плотностей ясно, что величина силы Архимеда равна $F_A = \frac{h}{2H}mg$. Кроме того, ее плечо $l_A = \frac{h}{H}l$. Запишем правило рычага для стержня относительно точки опоры в присутствии воды: $TL + F_A l_A - mgl = 0 \Rightarrow T = \frac{l}{L}mg\left(1 - \frac{h^2}{2H^2}\right) = T_0\left(1 - \frac{h^2}{2H^2}\right) = 70$ Н.



ОТВЕТ: $T = T_0\left(1 - \frac{h^2}{2H^2}\right) = 70$ Н.

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года, 7-9 классы

БИЛЕТ № 16 (МОСКВА): возможные решения и ответы.

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

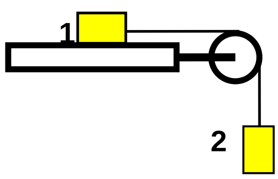
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Под весом груза веревка длиной 1 м растягивается на 1 см. На сколько растянется под весом этого же груза такая же (по материалу и сечению) веревка длиной 2м? Ответ объяснить.

Задача: Два груза с одинаковой массой $m = 10$ кг прикреплены к разным концам легкой и прочной длинной веревки, перекинутой через свободно вращающийся блок. Груз 1 удерживают на горизонтальной поверхности (коэффициент трения между ним и поверхностью $\mu = 0{,}6$), а второй висит свободно. Вся система помещена в лифт. Лифт поехал вверх с ускорением $a = 5$ м/с^2, а грузы отпустили, и они пришли в движение (первый поехал вправо, набирая скорость, а второй – вниз). Найти удлинение веревки во



время движения. Известно, что ее коэффициент жесткости $k = 4000$ Н/м. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

Ответ на вопрос: Из вопроса ясно, что вес веревки не учитывается. Тогда сила натяжения веревки в обоих случаях в каждом сечении равна весу груза, и каждая половина веревки длиной 2 м растягивается так же, как одна веревка длиной 1 м. Следовательно, веревка длиной 2 м растянется на 2 см.

Решение задачи: Направим координатную ось x горизонтально вправо, а ось y вертикально вниз. Запишем уравнения движения для груза 1 в проекции на эти оси (ясно, что по y он движется вместе с поверхностью с ускорением лифта): $ma_x = T - F_{тр}$ и $ma = mg - N \Rightarrow N = m(g+a)$ (здесь T – сила натяжения нити, N – сила нормальной реакции поверхности). Поскольку груз 1 скользит, то $F_{тр} = \mu N = \mu m(g+a)$. Для груза 2 уравнение движения в проекции на y $ma_2 = mg - T$. При этом нерастяжимость нити приводит к связи ускорений: относительно лифта оба груза должны двигаться с одинаковыми по величине ускорениями. Таким образом, $a_2 = a_x - a$. Поэтому $ma_x = m(g+a) - T$, и, подставляя это соотношение в первое уравнение, находим: $T = \frac{1+\mu}{2} m(g+a)$. По закону Гука удлинение веревки $\Delta l = \frac{1+\mu}{2k} m(g+a) \approx 3$см.

ОТВЕТ: $\Delta l = \frac{1+\mu}{2k} m(g+a) \approx 3$см.

Задание 2.

Вопрос: Что произойдет, если мокрую снаружи кастрюлю с влажным снегом поставить на стол и щедро посолить снег, помешав его? Ответ обосновать.

Задача: Какую массу газа нужно сжечь, чтобы получить $V = 3$ литра кипящей воды из мокрого снега (масса которого на 60 % состоит из ледяных кристалликов и на 40 % из воды), имеющего температуру $t_0 = 0$ ºС? Снег помещен в железный котелок массы $M = 500$ г, а для его нагревания используется газовая горелка. Конструкция горелки такова, что на нагрев котелка и его содержимого тратится 50% количества теплоты, выделяющегося при сгорании газа. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3, удельная теплоемкость воды $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг·ºС), удельная теплоемкость железа $c_ж = 0{,}46$ кДж/(кг·ºС), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, удельная теплота сгорания газа $q = 34$ МДж/кг.

Ответ на вопрос: Кастрюля примерзнет к столу. Добавка соли приведет к понижению температуры плавления льда, и ледяные кристаллы, входящие в состав снега, начнут таять. Теплота плавления будет забрана у окружающих тел, и поэтому кастрюля и вода на ее внешней поверхности и между столом и кастрюлей заметно охладятся, и вода, которая была по температуре близка к 0°С, замерзнет.

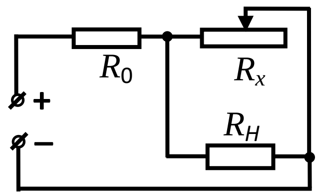
Решение задачи: Масса воды, которую требуется получить, $m_в = \rho V = 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 3$ кг, масса льда, который нужно растопить, $m_л = m_в \cdot 0{,}6 = 1{,}8$ кг. Количество теплоты, требующееся для растапливания льда при 0 С, равно $Q_1 = m_л \lambda = 1{,}8 \cdot 330 = 594$ кДж. Количество теплоты, требующееся для нагревания котелка и воды до температуры 100 С, $Q_2 = (Mc_ж + m_в c_в) \cdot (t - t_0) = (0{,}5 \cdot 0{,}46 + 3 \cdot 4{,}2) \cdot 100 = 1283$ кДж. Количество теплоты, которое должно выделится при сгорании газа, $Q_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{0{,}5} = 3754$ кДж. Масса газа $m = \frac{Q_3}{q} \approx 85{,}3$ г.

ОТВЕТ: $m = \dfrac{Q_3}{q} \approx 85{,}3$ г.

Задание 3.

Вопрос: Закон Джоуля-Ленца.

Задача: Цепь питания нагревательного элемента показана на рисунке. Его мощность регулируется с помощью реостата. При сопротивлении реостата, равном $R_1 = 5\,\text{Ом}$, мощность, потребляемая нагревательным элементом $P_1 = 25\,\text{Вт}$, а при $R_2 = 12\,\text{Ом}$ она равна $P_2 = 36\,\text{Вт}$. Какую мощность будет потреблять нагревательный элемент при $R_x = R_3 = 18\,\text{Ом}$?



Ответ на вопрос: При протекании тока в среде с сопротивлением выделяется тепло. Причина у этого тепловыделения та же, что и у появления сопротивления – это взаимодействие подвижных носителей заряда с атомами среды (например, электронов проводимости с кристаллической решеткой материала). В стационарном режиме мощность тепловыделения равна мощности работы электростатических сил по перемещению заряда, то есть , где и – напряжение на рассматриваемом участке цепи, а и – сила тока в этом участке. Для линейных элементов цепи, подчиняющихся закону Ома (, где и – сопротивление участка), можно использовать выражения .

Решение задачи: Пусть U – напряжение на клеммах источника. Тогда ток в ветви с источником $I = \dfrac{U}{R_0 + R_x R_H/(R_x + R_H)}$. Этот ток делится между нагревательным элементом и реостатом обратно пропорционально сопротивлениям, и поэтому ток через нагревательный элемент $I_H = \dfrac{R_x}{R_x + R_H} I = \dfrac{U R_x}{R_0 R_H + R_x(R_0 + R_H)}$. Тогда зависимость мощности, потребляемой нагревательным элементом, от сопротивления реостата описывается формулой $P_H = I_H^2 R_H \equiv U^2 R_N \left(\dfrac{R_x}{R_0 R_H + R_x(R_0 + R_H)}\right)^2$. Запишем эту формулу для величины $\dfrac{1}{\sqrt{P_H}} = \dfrac{R_0 + R_H}{U\sqrt{R_H}} + \dfrac{R_0\sqrt{R_H}}{U}\dfrac{1}{R_x} \equiv A + \dfrac{B}{R_x}$, которая проще зависит от сопротивления реостата. Теперь рассмотрим ее для трех значений этого сопротивления:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{P_1}} = A + \dfrac{B}{R_1} \\ \dfrac{1}{\sqrt{P_2}} = A + \dfrac{B}{R_2} \\ \dfrac{1}{\sqrt{P_3}} = A + \dfrac{B}{R_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{P_1}} - \dfrac{1}{\sqrt{P_2}} = B\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right) \\ \dfrac{1}{\sqrt{P_2}} - \dfrac{1}{\sqrt{P_3}} = B\left(\dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{R_3}\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{P_3}} = \frac{1+z}{\sqrt{P_2}} - \frac{z}{\sqrt{P_1}}.$$

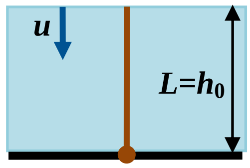
Таким образом, $P_3 = \dfrac{P_1 P_2}{[(1+z)\sqrt{P_1} - z\sqrt{P_2}]^2}$. Здесь $z \equiv \dfrac{R_1(R_3 - R_2)}{R_3(R_2 - R_1)}$. В нашем случае $P_3 \approx 42{,}2$ Вт. Задачу можно решать «в числах» (сразу подставляя в эти уравнения величины сопротивлений) – тогда выкладки становятся более простыми.

ОТВЕТ: $P_3 \approx 42{,}2\,\text{Вт}$.

Задание 4.

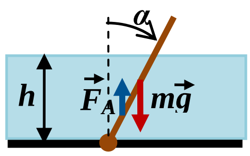
Вопрос: Прочный стакан перевернули вверх дном и опустили целиком в воду. Оказалось, что сила Архимеда больше его веса. Может ли быть, что при опускании на некоторую глубину она станет меньше веса стакана? Ответ объяснить.

Задача: В широкий сосуд с водой помещен тонкий стержень постоянного сечения из очень легкого материала – его плотность в $n = 9$ раз меньше плотности воды. Стержень шарнирно закреплен на дне сосуда (то есть он может без трения вращаться вокруг горизонтальной оси шарнира). Первоначально уровень воды в сосуде равнялся длине стержня, и стержень располагался вертикально. Затем уровень воды начали плавно (с постоянной скоростью u, которая значительно меньше скорости, которую набрал бы стержень, падая в отсутствие воды) понижать. Найдите закон изменения с течением времени угла отклонения стержня от вертикали $\alpha(t)$.



Ответ на вопрос: При опускании стакана в воду вверх дном в нем остается воздух. Именно объем воздуха обеспечивает большую часть силы Архимеда (плотность материала «прочных» стаканов обычно больше плотности воды). Однако при погружении на большую глубину давление воды увеличивается, и воздух будет сжиматься, что приведет к уменьшению силы Архимеда, действующей на стакан с воздухом. Поэтому она действительно может оказаться меньше веса стакана – с «большой» глубины стакан может и не всплыть!

Решение задачи: Так как уровень воды понижается плавно и с малой скоростью, то можно считать, что в каждый момент времени стержень находится практически в равновесном (для данной глубины слоя воды) положении. Поэтому сумма моментов сил, приложенных к стержню (относительно шарнира), равна нулю в любой момент времени. Рассмотрим момент времени, когда глубина слоя воды равна h, и стержень находится в наклонном положении. На стержень действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила реакции шарнира (на рисунке не показана – ее плечо относительно шарнира равно нулю, и в уравнение баланса моментов она не входит). Точка приложения силы тяжести – центр стержня (плечо равно $\frac{L}{2}\sin(\alpha)$), точка приложения силы Архимеда – середина погруженной части стержня (плечо $\frac{h}{2}\text{tg}(\alpha)$). Величина силы Архимеда $F_A = \rho_0 \frac{h}{\cos(\alpha)} \frac{mg}{\rho SL} = n \frac{h}{L\cos(\alpha)} mg$. Поэтому условие равновесия дает $n \frac{h}{L\cos(\alpha)} mg \frac{h}{2} \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} - \frac{L}{2}\sin(\alpha) mg = 0$. Как видно, $\cos(\alpha) = \sqrt{n}\frac{h}{L} = \frac{3h}{L}$. Ясно, что глубина слоя изменяется по закону $h(t) = L - ut$. Пока $h \geq \frac{L}{3}$, то есть $t \leq \frac{2L}{3u}$, стержень остается вертикальным (косинус не может быть больше 1), а при $\frac{2L}{3u} < t \leq \frac{L}{u}$ угол наклона стержня $\alpha(t) = \arccos\left(\frac{3(L-ut)}{L}\right)$. Дальше вода уходит полностью, и стержень лежит на дне.



ОТВЕТ: $\alpha(t) = \begin{cases} 0, & t \leq \frac{2L}{3u} \\ \arccos\left(\frac{3(L-ut)}{L}\right), & \frac{2L}{3u} < t \leq \frac{L}{u} \end{cases}$.

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года, 7-9 классы

БИЛЕТ № 18 (КЕМЕРОВО): возможные решения и ответы

Критерии оценивания:

<u>Для вопросов</u>:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

<u>Для задач</u>:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны <u>все</u> необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют <u>все</u> необходимые для решения соображения, правильно записаны <u>все</u> необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

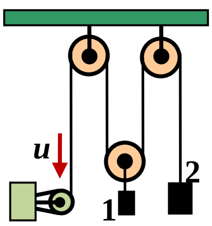
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

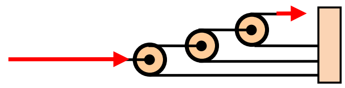
Задание 1.

Вопрос: Какое минимальное число подвижных блоков нужно использовать, чтобы получить выигрыш в силе в 8 раз?

Задача: На легкой нерастяжимой веревке с помощью трех блоков подвешены два груза. Блоки легкие, вращаются без трения, веревка по ним не скользит. Один из концов веревки закреплен на шкиве выключенной лебедки. Удерживая груз 2 на месте, включают лебедку и сразу после этого груз 2 отпускают. Лебедка вытягивает веревку с постоянной скоростью $u = 2$ м/с. Спустя какое время скорости грузов окажутся равны по модулю? Соотношение масс грузов $m_2 : m_1 = 2$. Ускорение свободного падения $g \approx 10\,\text{м/с}^2$.



Ответ на вопрос: Каждый подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза. Поэтому для получения выигрыша в силе в 8 раз необходимо минимум 3 подвижных блока, соединенных последовательно (2^3=8). Пример конструкции, обеспечивающей такой выигрыш в силе,



приведен на рисунке. Согласно золотому правилу механики, этот простой механизм не дает выигрыша в работе – по расстоянию эта конструкция дает проигрыш в 8 раз.

Решение задачи: Направим координатную ось x вертикально вниз. Сумма длин вертикальных отрезков нити в процессе движения системы должна убывать со скоростью вытягивания веревки лебедкой. Поэтому координаты грузов $x_{1,2}$ должны удовлетворять соотношению $x_2 + x_1 + x_1 = const - ut \Rightarrow 2x_1 + x_2 = const - ut$. Следовательно, изменения этих координат за малое время Δt связаны соотношением $2\Delta x_1 + \Delta x_2 = -u\Delta t$, которое означает, что в любой момент времени проекции скоростей этих тел на ось x связаны: $2v_1 + v_2 = -$. Движение, согласно условию, начинается таким образом, что при $t = 0$ скорость второго груза $v_2(0) = 0$. Значит, $v_1(0) = -\frac{u}{2}$. Рассуждая аналогично, замечаем, что проекции ускорений грузов также связаны: $a_2 = -2a_1$. Кроме того, эти ускорения удовлетворяют уравнениям движения, следующим из II закона Ньютона: $m_1a_1 = m_1g - 2T$ и $m_2a_2 = m_2g - T$ (где T – сила натяжения нити). С учетом связи ускорений и соотношения масс второе уравнение дает $-4m_1a_1 = 2m_1g - T \Rightarrow 8m_1a_1 = -4m_1g + 2T$. Складывая последнее уравнение с первым уравнением движения, находим, что $a_1 = -\frac{1}{3}g$, а вместе с тем и $a_2 = +\frac{2}{3}g$. Законы изменения скоростей грузов записываются в виде $v_1(t) = -\frac{u}{2} - \frac{g}{3}t$ и $v_2(t) = +\frac{2}{3}gt$, и условие $|v_1(t)| = |v_2(t)|$ выполняется в момент времени $\frac{u}{2} + \frac{1}{3}gt = \frac{2}{3}gt \Rightarrow t = \frac{3u}{2g} \approx 0{,}3$ c.

ОТВЕТ: $t = \frac{3u}{2g} \approx 0{,}3$ c.

Задание 2.

Вопрос: Можете ли Вы объяснить, почему газы обладают намного меньшей теплопроводностью, чем жидкости?

Задача: Ученик 8 класса решил выяснить, какую температуру имеет вода, текущая из холодного крана в его квартире. У него был только ртутный медицинский термометр. Он налил в термос теплой воды и измерил ее температуру: она оказалась равной $t_0 = 40{,}0°C$. Он поместил массивную гайку на ниточке под поток холодной воды из крана, а затем перенес гайку в термос, подождал и измерил новую температуру воды в термосе $t_1 = 37{,}9°C$. Гайка еще раз была помещена под струю воды, а затем в термос, и после этого вода в термосе имела температуру $t_2 = 36{,}0°C$. Какова же температура холодной воды? Теплоемкостью термометра пренебречь.

Ответ на вопрос: Механизм теплопроводности на молекулярном уровне – передача энергии от молекулы к молекуле через соударения. Чем чаще происходят соударения молекул, тем большее количество теплоты передается в единицу времени. Скорость движения молекул зависит от температуры – при одинаковой температуре и примерно одинаковой массе молекул их скорости примерно одинаковы. А вот расстояния между молекулами зависят от агрегатного состояния вещества. В газах молекулы находятся на расстояниях, в десятки раз превышающих их размеры, а в жидких телах – на расстояниях порядка размеров самих молекул. Поэтому в жидкостях количество ударов, которые испытывает молекула в единицу времени, намного больше, чем в газах. Это и приводит к значительно более высокой теплопроводности жидкостей по сравнению с газами.

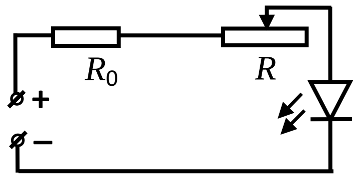
Решение задачи: Пусть C – теплоемкость термоса с водой, а c – теплоемкость гайки. Уравнение теплового баланса для первого погружения гайки в воду в термосе: $C(t_0 - t_1) = c(t_1 - t)$. Здесь t – искомая температура воды из холодного крана. Для второго погружения: $C(t_1 - t_2) = c(t_2 - t)$, и теперь можно разделить эти соотношения друг на друга и найти t: $\frac{t_0 - t_1}{t_1 - t_2} = \frac{t_1 - t}{t_2 - t} \Rightarrow t = \frac{t_0 t_2 - t_1^2}{t_0 + t_2 - 2t_1} = 17{,}95°C$.

ОТВЕТ: $t = \frac{t_0 t_2 - t_1^2}{t_0 + t_2 - 2t_1} = 17{,}95°C$.

Задание 3.

Вопрос: Когда светодиод находится в «открытом» состоянии, напряжение на нем практически не зависит от протекающего тока. Во сколько раз изменяется потребляемая светодиодом мощность при увеличении протекающего через него тока в два раза?

Задача: Цепь питания светодиода собрана по схеме, показанной на рисунке. Яркость его свечения регулируется с помощью реостата. При сопротивлении реостата $R_1 = 5$ Ом мощность, потребляемая светодиодом, равна $P_1 = 3$ Вт, при $R_2 = 10$ Ом – $P_2 = 2$ Вт. Какую мощность будет потреблять светодиод при максимальном сопротивлении реостата, равном $R_3 = 20$ Ом? Можно считать, что источник идеальный, и что напряжение на светодиоде не зависит от протекающего тока.



Ответ на вопрос: Мощность, потребляемая элементом цепи постоянного тока, $P = U \cdot I$. Если напряжение практически постоянно, то эта мощность изменяется пропорционально силе тока. Поэтому при увеличении протекающего через светодиод тока в два раза его мощность потребления возрастает тоже в 2 раза.

Решение задачи: Поскольку напряжение на светодиоде и на клеммах источника практически постоянны, то ток в цепи $I = \frac{U}{R_0 + R}$ (где U – разность напряжения источника и напряжения на светодиоде). Мощность, потребляемая светодиодом, $P = U_0 \cdot \frac{U}{R_0 + R}$.

Удобно анализировать зависимость обратной мощности от сопротивления реостата: $\frac{1}{P} = \frac{R_0}{UU_0} + \frac{R}{UU_0}$ (это линейная функция). Записав соотношения $\frac{1}{P_1} = \frac{R_0}{UU_0} + \frac{R_1}{UU_0}$ и $\frac{1}{P_2} = \frac{R_0}{UU_0} + \frac{R_2}{UU_0}$. Вычитая эти равенства, получим $\frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1} = \frac{R_2 - R_1}{UU_0}$. Аналогично из $\frac{1}{P_2} = \frac{R_0}{UU_0} + \frac{R_2}{UU_0}$ и $\frac{1}{P_3} = \frac{R_0}{UU_0} + \frac{R_3}{UU_0}$ следует $\frac{1}{P_3} - \frac{1}{P_2} = \frac{R_3 - R_2}{UU_0} = \frac{R_3 - R_2}{R_2 - R_1}\left(\frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1}\right)$.

Подставляя значения сопротивлений, находим: $\frac{1}{P_3} - \frac{1}{P_2} = 2\left(\frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1}\right)$. Таким образом,

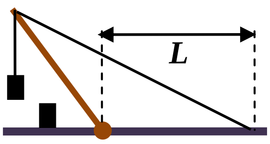
$$P_3 = \frac{P_1 P_2}{3P_1 - 2P_2} = 1{,}2 \text{ Вт}.$$

ОТВЕТ: $P_3 = \frac{P_1 P_2}{3P_1 - 2P_2} = 1{,}2$ Вт.

Задание 4.

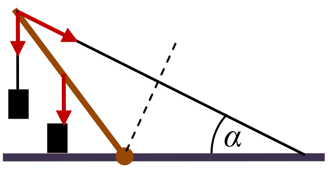
Вопрос: Центр тяжести – это точка приложения равнодействующей всех сил, действующих на тело со стороны поля тяготения. Всегда ли центр тяжести тела совпадает с его центром масс? Ответ объяснить.

Задача: Тонкий жесткий стержень длины L шарнирно закреплен на горизонтальной поверхности (он может свободно вращаться в вертикальной плоскости). Его конец с помощью легкого нерастяжимого троса прикреплен к поверхности в точке, которая удалена от шарнира на расстояние, равное длине стержня (см. рисунок). Длина троса в $\sqrt{3}$ раз больше длины стержня. Когда к концу стержня подвесили небольшой груз, то сила натяжения нити оказалась равна 21 Н. После подвешивания к первому грузу второго (точно такого же) эта сила возросла до 26 Н. Найдите массу стержня и каждого из грузов. Ускорение свободного падения $g \approx 10\,\text{м/с}^2$.



Ответ на вопрос: Нет, не всегда. Центр тяжести тела совпадает с его центром масс в <u>однородном</u> поле тяжести – в этом случае силы тяжести, действующие на разные массивные элементы тела, имеют совпадающие направления и пропорциональны массе каждого элемента. В неоднородном поле тяжести центр масс и центр тяжести не совпадают.

Решение задачи: Из геометрии понятно, что в равнобедренном треугольнике, образованном стержнем, тросом и прямой на поверхности, угол при основании равен 30°. На стержень действуют: сила натяжения троса, вес стрежня и вес груза. Правило моментов относительно шарнира для первого случая дает уравнение $mg\frac{L}{2} + Mg\frac{L}{4} - T_1\frac{L}{2} = 0$. Из него находим $2m + M = \frac{2T_1}{g}$. Для второго случая, как нетрудно понять, аналогично получится $4m + M = \frac{2T_2}{g}$. Отметим, что здесь m – масса груза, а M – масса стержня. Из этих уравнений находим: $m = \frac{T_2 - T_1}{g} = 0{,}5\,\text{кг}$ и $M = 2\frac{2T_1 - T_2}{g} = 3{,}2\,\text{кг}$.



ОТВЕТ: масса стержня $M = 2\frac{2T_1 - T_2}{g} = 3{,}2\,\text{кг}$, масса каждого из грузов $m = \frac{T_2 - T_1}{g} = 0{,}5\,\text{кг}$.

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года, 7-9 классы

БИЛЕТ № 19 (НИЖНИЙ НОВГОРОД): возможные решения и ответы.

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Два тела, брошенные под углом к горизонту с одинаковой скоростью, имеют одинаковую дальность полета, но разное время полета. Силы сопротивления воздуха нет. Как связаны углы, под которыми эти тела были брошены?

Задача: Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести g. Начальные их скорости равны по модулю v_0 и лежат в одной вертикальной плоскости. Угол наклона вектора одной из скоростей к горизонту равен α, а другой — 2α. В какой момент времени τ от начала движения скорости частиц окажутся сонаправленными? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ на вопрос: Дальность полета тела, брошенного под углом α к горизонту со скоростью v_0, определяется формулой $L = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)$. Поэтому совпадение дальностей для двух тел при одинаковой начальной скорости возможно, если $\sin(2\alpha_1) = \sin(2\alpha_2)$. Это означает, что $\alpha_2 = 90° - \alpha_1$.

Решение задачи: Будем использовать систему координат, в которой ось x направлена горизонтально в плоскости движения, а ось y – вертикально вверх. По оси x тело движется равномерно, а по оси y равноускоренно (с ускорением свободного падения). Закон изменения компонент скорости $v_x \equiv v_0\cos(\alpha)$ и $v_y = v_0\sin(\alpha) - gt$. Угол наклона скорости к горизонту в момент времени t определяется соотношением $\mathrm{tg}(\beta) = \frac{v_y}{v_x} = tg(\alpha) - \frac{g}{v_0\cos(\alpha)}t$. Поэтому сонаправленность скоростей означает, что $\mathrm{tg}(\alpha) - \frac{g}{v_0\cos(\alpha)}\tau = \mathrm{tg}(2\alpha) - \frac{g}{v_0\cos(2\alpha)}\tau$. Следовательно,

$$\tau = \frac{v_0}{g}\frac{[\mathrm{tg}(2\alpha) - \mathrm{tg}(\alpha)]\cos(\alpha)\cos(2\alpha)}{\cos(\alpha) - \cos(2\alpha)} = \frac{v_0}{g}\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha) - \cos(2\alpha)}.$$

Это выражение можно еще упростить, воспользовавшись тригонометрическими формулами $\cos(\alpha) - \cos(2\alpha) = 2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right)$ и $\sin(\alpha) = 2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Тогда $\tau = \frac{v_0}{g}\frac{\cos(\alpha/2)}{\sin(3\alpha/2)}$.

ОТВЕТ: $\tau = \frac{v_0}{g}\frac{\cos(\alpha/2)}{\sin(3\alpha/2)}$.

Задание 2.

Вопрос: При соблюдении необходимых предосторожностей воду можно при нормальном атмосферном давлении охладить ниже 0°С. До какой температуры нужно охладить такую «переохлажденную» воду, чтобы при возвращении в устойчивое равновесное состояние она вся замерзла? Удельная теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·°С).

Задача: Ученик 8 класса на лабораторной работе налил в калориметр 100 г воды с температурой 0°С и стал бросать туда толченый лед из лабораторного морозильника с температурой t_1 = –40°С. Нам известно, что уже после первой порции 7,5 г воды превратились в лед. Но школьник этого не знал, и он отправил в калориметр еще 13 таких же порций льда, каждый раз встряхивая калориметр для перемешивания содержимого и дожидаясь установления теплового равновесия. Какова в итоге оказалась температура содержимого калориметра? Калориметр не переполняется. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость льда c = 2,1 кДж/(кг·°С).

Ответ на вопрос: Ясно, что для полного замерзания воды нужно, чтобы количества теплоты, которое выделится даже при полном замерзании, не хватило для прогрева всей воды выше равновесной температуры 0°С. Значит, температура переохлажденной воды должна быть меньше «критической» t_c, определяемой из условия . Значит, вода замерзнет вся при .

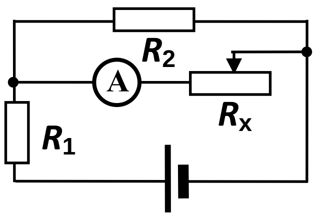
Решение задачи: Запишем уравнение теплового баланса для добавления первой порции с массой m и образованием льда массой Δm. Пока вода замерзла не вся, температура системы остается равной $t_0 = 0°\mathrm{C}$. Поэтому $cm(t_0 - t_1) = \lambda\Delta m \Rightarrow m = \frac{\lambda\Delta m}{c(t_0 - t_1)} = 30\,\text{г}$. Так как температура неизменна, то каждая из последующих порций той же массы приводит к замерзанию 7,5 г воды. Всего для полного замерзания требуется $\frac{m}{\Delta m} = 13\frac{1}{3}$ порций, а школьник добавил в общей сложности 14 порций (420 г) толченого льда. Поэтому после добавления 400 г льда у него в калориметре получились M=500 г льда с температурой 0°C, к которым еще было добавлено $m' = 20$ г льда с температурой t_1. Уравнение теплового баланса для установления равновесия имеет вид: $cM(t_0 - t) = cm'(t - t_1)$, и из него находим конечную температуру содержимого калориметра: $t = \frac{Mt_0 + m't_1}{M + m'} = -\frac{20}{13}\,°\mathrm{C} \approx -1{,}54°\mathrm{C}$.

ОТВЕТ: $t = -\frac{20}{13}\,°\mathrm{C} \approx -1{,}54°\mathrm{C}$.

Задание 3.

Вопрос: Амперметр подключили последовательно с резистором на 98 Ом, и измерили протекающую через него силу тока. Потом подключили последовательно с ними еще один такой же резистор, и подали на них то же самое напряжение. Сила тока, регистрируемая амперметром, уменьшилась в 1,98 раза. Чему равно внутреннее сопротивление амперметра?

Задача: В схеме, показанной на рисунке, используются проградуированный реостат, амперметр с очень малым внутренним сопротивлением и практически идеальный источник с ЭДС 24 В. Изменяя сопротивление реостата, фиксируем показания амперметра: при $R_a = 30$ Ом сила тока $I_a = 0{,}4$ А, а при $R_b = 60$ Ом она равна $I_b = 0{,}24$ А. Найдите сопротивления резисторов R_1 и R_2.



Ответ на вопрос: Сила тока в первом случае $I_1 = \frac{U}{R + r}$, а во втором $I_2 = \frac{U}{2R + r}$ (U – подаваемое напряжение, r – сопротивление амперметра). Из этих соотношений находим, что $\frac{I_1}{I_2} = \frac{2R + r}{R + r} = 1{,}98$. Значит, $r = \frac{1}{49}R = 2$ Ом.

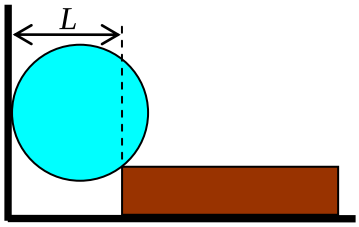
Решение задачи: Запишем уравнение теплового баланса для добавления первой порции с
Пусть Е – ЭДС источника (напряжение на его клеммах при разомкнутой цепи). Сила тока в ветви с источником равна $I = \frac{\mathrm{E}}{R_1 + R_2 R_x/(R_2 + R_x)}$. Между параллельными ветвями этот ток делится обратно пропорционально сопротивлениям, то есть ток в ветви с амперметром $I_A = \frac{R_2}{R_2 + R_x} I = \frac{\mathrm{E}}{R_1 R_x + R_2(R_1 + R_x)}$. Значит, сопротивления резисторов удовлетворяют системе уравнений $\frac{\mathrm{E}}{I_a} = R_1 + R_a + \frac{R_1}{R_2}R_a$ и $\frac{\mathrm{E}}{I_b} = R_1 + R_b + \frac{R_1}{R_2}R_b$. Вычитая эти уравнения, получаем, что $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{R_b - R_a}\left(\frac{\mathrm{E}}{I_b} - \frac{\mathrm{E}}{I_a}\right) = \frac{1}{3}$. Используем это соотношение в первом уравнении и находим: $R_1 = \frac{\mathrm{E}}{I_a} - \frac{4}{3}R_a = 20$ Ом. Соответственно $R_2 = 3R_1 = 60$ Ом.

ОТВЕТ: $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 60$ Ом.

Задание 4.

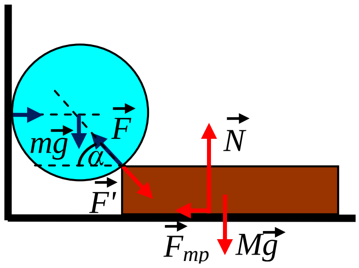
Вопрос: Опишите природу сил сухого трения. Чем различаются сила трения покоя и сила трения скольжения?

Задача: Гладкий шар массой $m = 0{,}5$ кг радиусом $R = 5$ см положили так, что он опирается на вертикальную стенку и длинный брусок массой $M = 2$ кг (см. рисунок). Брусок находится на расстоянии $L = 8$ см от стенки и лежит на горизонтальной шероховатой поверхности. При какой минимальной величине коэффициента трения между бруском и поверхностью такое равновесие возможно?



Ответ на вопрос: Все силы трения есть результат межмолекулярных взаимодействий, но обычно разделяют силы трения покоя и силы трения скольжения. Сила трения покоя препятствует проскальзыванию поверхностей и всегда направлена против силы, пытающейся вызвать скольжение. Она равна этой силе по величине и ее момент уравновешивает (вместе с силой нормальной реакции) момент внешних сил, действующих на тело (чтобы обеспечить выполнение условий равновесия). При этом сила трения покоя не может быть произвольной – она принимает значения в интервале от нуля до некоторого максимального значения, зависящего от свойств поверхностей и силы прижатия их друг к другу (от величины действующей между ними силы нормальной реакции). Если внешняя двигающая сила превосходит это максимальное значение, покой нарушается и начинается скольжение. Сила трения скольжения – сила, направленная против скорости относительного движения поверхностей (она препятствует скольжению, которое уже существует). Величина силы трения скольжения в некотором интервале скоростей относительного движения слабо зависит от этой скорости и вычисляется по формуле $F_{тр} = \mu N$, где N - сила нормальной реакции, а величина μ - коэффициент трения, который зависит от свойств поверхностей. Обычно считается, что максимальная величина силы трения покоя примерно совпадает с величиной силы трения скольжения, но на самом деле для большинства поверхностей она несколько больше μN (этот эффект носит название «эффект застоя»).

Решение задачи: Рассмотрим сначала равновесие шара. Вертикальная составляющая силы F, с которой брусок давит на шар, должна уравновешивать вес шара, поэтому $F\sin(\alpha) = mg$. Из геометрии ясно, что $\cos(\alpha) = \dfrac{L-R}{R} = \dfrac{3}{5}$. Поэтому $\sin(\alpha) = \dfrac{4}{5}$. Значит, $F = \dfrac{5}{4}mg$. С точно такой же по величине силой F' шар давит на брусок. Горизонтальная составляющая этой силой уравновешивается силой трения бруска о поверхность. Поэтому $F_{тр} = F\cos(\alpha) = \dfrac{3}{4}mg$. Сила нормальной реакции поверхности



уравновешивает сумму вертикальной составляющей F' и веса бруска, поэтому $N = F\sin(\alpha) + Mg = (m+M)g$. Равновесие возможно, если $F_{тр} \le \mu N$. Таким образом, необходимо выполнение требования $\dfrac{3}{4}mg \le \mu(m+M)g \Rightarrow \mu \ge \dfrac{3m}{4(m+M)} = \dfrac{3}{20}$, или $\mu_{\min} = 0{,}15$. Отметим, что брусок «длинный», то есть нарушение равновесие за счет того, что сила заставит брусок поворачиваться вокруг дальнего ребра, невозможно.

ОТВЕТ: $\mu_{\min} = \dfrac{3m}{4(m+M)} = 0{,}15$.