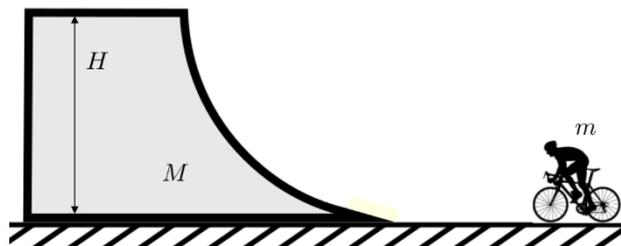


Время выполнения заданий — 240 минут.  
Максимальное количество баллов — 100.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Разрешается предъявить к проверке черновые записи. Для этого нужно указать в бланке ответов «Смотреть черновик» и прикрепить к нему листы с черновыми записями.

**Задача 1.** Велосипедист, не крутя педали, заезжает на горку, профиль которой представляет из себя четверть окружности. Если бы горка была закреплена на поверхности, он бы подпрыгнул вверх, поднявшись от поверхности Земли на удвоенную



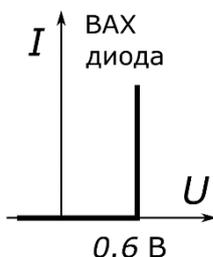
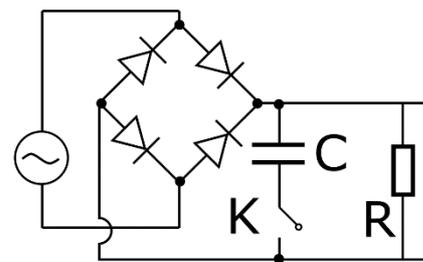
высоту горки. Однако горка может скользить по поверхности без трения. Какой высоты достигнет велосипедист, если его масса равна  $m$ , масса горки равна  $M$ , а высота горки равна  $H$ ? Потерей энергии при трении между шинами велосипеда и поверхностью, а также кинетической энергией вращения колёс велосипеда пренебречь.

**Задача 2.** Воздушный шарик накачан гелием до объёма  $V_0 = 3$  л. Для того, чтобы удерживать шарик у поверхности Земли, надо прикладывать силу  $F_0$ . Полагая, что атмосфера является изотермической, а давление с высотой  $h$  падает по линейному закону  $P = P_0 - P'h$ , где  $P_0 = 10^5$  Па – атмосферное давление у поверхности Земли, а константа  $P' = 12$  Па/м, найдите высоту  $H$ , до которой поднимется шарик, если его отпустить.

1. Сначала решите задачу в предположении, что объём шарика не меняется при изменении внешнего давления. Численный ответ получите для  $F_0 = 0.01$  Н.
2. Учтите теперь то, что при уменьшении внешнего давления  $P$  шарик увеличивается в размерах. Пусть расширение шарика определяется упрощённым законом  $P_{in} - P = P_\Delta$ , где  $P_{in}$  – давление внутри шарика, а константа  $P_\Delta = 10^4$  Па. Удерживающая сила равна  $F_0 = 0.001$  Н.

Плотность воздуха у поверхности Земли равна  $\rho_0 = 1.2$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> считать не меняющимся с высотой.

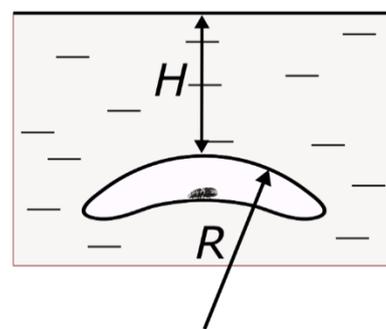
**Задача 3.** На вход схемы подаётся переменное синусоидальное напряжение с амплитудой  $U_0 = 12$  В и частотой  $f = 50$  Гц. Вольт-амперная характеристика диодов изображена на Рисунке, ёмкость  $C = 2 \cdot 10^{-3}$  Ф, паразитное сопротивление  $R = 1$  кОм.



1. Ключ  $K$  разомкнут. Нарисуйте зависимость напряжения  $U_R$  на резисторе  $R$  от времени. Чему равно максимальное напряжение? Чему равен период этой зависимости? Какую долю периода напряжение равно нулю?

2. Ключ  $K$  замыкают. Нарисуйте зависимость напряжения  $U_R$  на резисторе в этом случае. Оцените амплитуду колебаний напряжения на резисторе.

**Задача 4.** Только самые маленькие пузырьки воздуха остаются почти круглыми в процессе всплывания в воде. Если пузырек воздуха, всплывающий в воде, имеет размеры порядка 10 см, то он принимает аксиально симметричную форму шляпки гриба, см. Рисунок. Жук плавает на нижней поверхности пузыря, перемещаясь вверх вместе со всем пузырьком. На какой глубине увидит жука смотрящий на него вертикально сверху, находясь над поверхностью воды? Расстояние от верхней границы пузыря до поверхности воды равно  $H$ , радиус кривизны верхней границы пузыря равен  $R$ , коэффициент преломления воды  $n = 4/3$ . Размеры жука малы по сравнению с расстоянием  $h$  от него до верхней границы пузыря.



1. Пренебрегите тем, что верхняя поверхность пузыря не плоская, а изогнутая. На какой глубине тогда увидит жука наблюдатель, находящийся над водой?
2. Примите во внимание кривизну верхней поверхности пузыря и получите полный ответ.

**Задача 5.** Если перевернуть стакан, до краёв наполненный водой, то она из него вытечет. Если же перевернуть открытый флакон с глазными каплями, то жидкость вытекать не будет. Оцените размер отверстия во флаконе, при котором вода будет из него вытекать. Поверхностное натяжение воды  $\sigma = 7 \cdot 10^{-2}$  Н/м.

