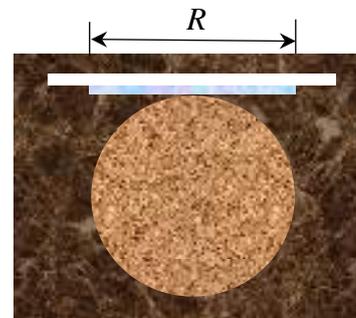


Время выполнения заданий — 240 минут.

Максимальное количество баллов — 100.

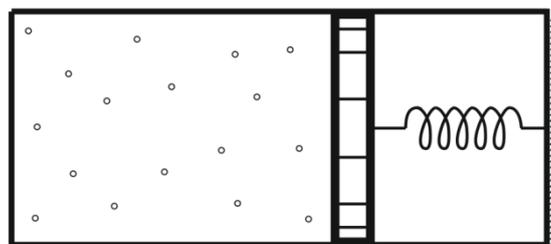
Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.

Задача 1 (20 баллов). Обнаружив неглубокое подземное круглое озеро радиуса $R = 200$ м ученые провели высокоточные оптические измерения и установили, что кривизна поверхности воды в нем отличается от кривизны радиуса Земли. Причем так, что поверхность воды в центре озера расположена на $\Delta h = 1$ мм ниже воображаемой сферы проходящей через края озера и имеющей радиус кривизны Земли. Эхолокация показала, что под озером находится сферическая неоднородность породы того же радиуса, что и само озеро. Центр неоднородности лежит точно под центром озера, и своим верхом она касается озера (см. рис). Найдите плотность материала неоднородности, считая, что плотность окружающих пород равна средней плотности Земли $\rho = 5515$ кг/м³. Радиус Земли $R_3 = 6400$ км.

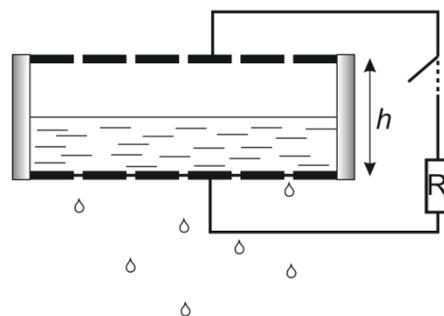


Задача 2 (20 баллов). Пружина с линейным законом растяжения от приложенной силы имеет в состоянии равновесия длину $3R/2$, а если к ней подвесить грузик, то длина пружины составит $5R/2$. Грузик положили на дно сферической гладкой неподвижной поверхности, а начало пружины закрепили на высоте $2R$ над нижней точкой поверхности. Найдите период малых колебаний груза.

Задача 3 (20 баллов). Внутри горизонтального цилиндра находится смесь азота и гелия, запертая поршнем с давящей на него пружинной (см. Рис). В отсеке, где находится пружина, создан вакуум. Пружина не деформирована, когда поршень прижат к противоположному торцу цилиндра. Если в течение минуты пропускать ток $I = 4$ А через сопротивление $r = 1$ Ом расположенное внутри цилиндра, то температура смеси поднимается на $\Delta T = 10$ °С после установления равновесия; за такое короткое время газ под поршнем не успевает обменяться теплом с окружающей средой. Из-за того, что материал стенок оказался проницаем для атомов гелия, через очень большой интервал времени он полностью улетучился из цилиндра, при этом объем газа сократился на 25%, имея температуру, вернувшуюся к исходному равновесному с окружающей средой значению. Найти количество азота в смеси. Пренебрегайте теплоемкостями стенок, поршня и сопротивления. Поршень перемещается без трения.



Задача 4 (25 баллов). В сосуде цилиндрической формы, у которого дно представляет из себя металлическую пластину с небольшими дырками, бока сделаны из стекла высотой h (малой по сравнению с радиусом сосуда), а крышка – такую же металлическую пластину с дырками, налит раствор поваренной соли, являющийся хорошо проводящим электролитом. Протеканию через дырки дна электролиту препятствует напряжение, которое создаётся противоположными зарядами на двух пластинах. Электролит заполняет половину сосуда. В некоторый момент замыкают цепь (см. рисунок), в которой присутствует очень большое сопротивление R . После этого электролит начинает медленно протекать через дырки в дне. С какой скоростью (отношение малых приращений изменения объёма электролита в сосуде к приращению времени, $\Delta V/\Delta t$) будет происходить это протекание сразу после включения? Считать, что в электролите в каждый момент времени успевают установиться механическое равновесие; сопротивлением электролита пренебречь.



Задача 5 (15 баллов). Считая, что температура атмосферы не зависит от высоты, оцените температуру кипения воды на высоте 5 км. Известно, что падение давления насыщенных паров воды на 20% достигается понижением температуры паров на 5.5°C .