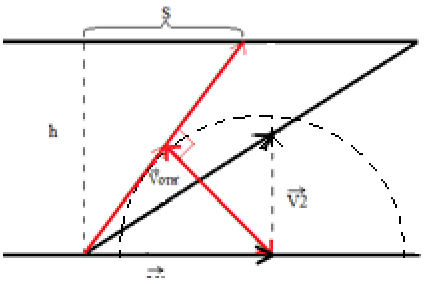
<u>Задача 1. (15 баллов)</u>

Пловец, много раз переплывая реку шириной 80м ,заметил, что минимальный «снос» за счет течения, которого он может добиться, равен 60 м. Во сколько раз скорость течения реки больше скорости пловца в озере? Ответ округлить до двух десятичных знаков.

<u>Решение:</u>

Рис.1



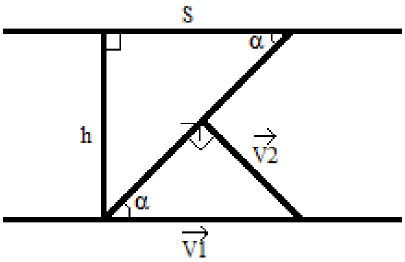
$\vec{v}_1$ - Скорость реки

$\vec{v}_2$ - Скорость пловца относительно реки

$$\vec{v}_{Отн_3} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Из рис.1 будет понятно,что минимальный снос будет,если $\vec{v}_2 \perp \vec{v}_{Отн_3}$

Рис.2



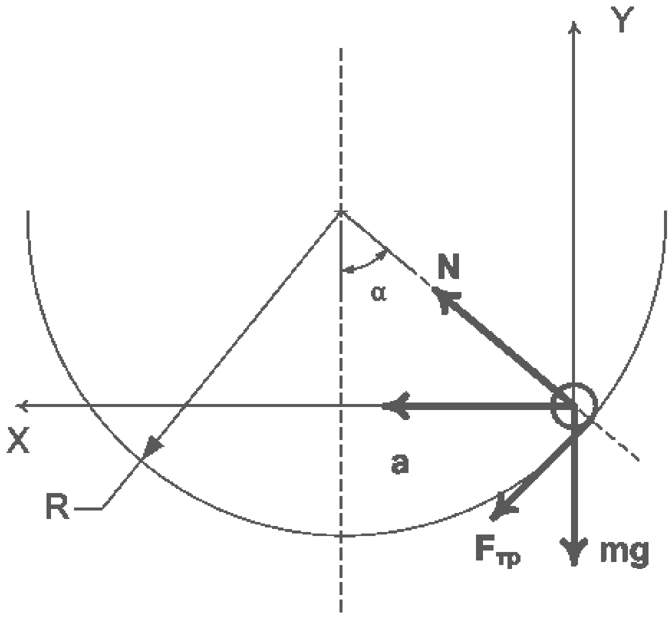
Из подобия треугольников (Рис.2) : $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{h^2 + S^2}}{h}$ =1,25

<u>Задача 2. (25 баллов)</u>

Полусферическая чаша радиусом R вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Песчинка находится на внутренней поверхности сферы. Коэффициент трения песчинки о поверхность равен μ. Радиус вектор, проведенный к песчинке из центра сферы, образует угол α с вертикалью. С какой угловой скоростью должна вращаться сфера, чтобы песчинка начала подниматься вверх по поверхности чаши?

<u>Решение:</u>

Песчинка движется по окружности радиуса R' = R sin α в горизонтальной плоскости с ускорением **a**, направленным к центру этой окружности.



В начале движения песчинка движется вверх по чаше :

$m\mathbf{a} = m\mathbf{g} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_{тр}$

$F_{тр} = \mu N$

по оси x: $ma_n = N \sin\alpha + F_{тр} \cos\alpha$

по оси y: $0 = N \cos\alpha - mg - F_{тр} \sin\alpha$

$a_n = \omega^2 R' = \omega^2 R \sin\alpha$

$m\omega^2 R \sin\alpha = N (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$N (\cos\alpha - \mu \sin\alpha) = mg \quad \Rightarrow \quad N = mg/(\cos\alpha - \mu \sin\alpha)$

$\omega^2 R \sin\alpha = g (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)/(\cos\alpha - \mu \sin\alpha)$

Чтобы песчинка двигалась вверх по поверхности чаши необходимо, чтобы

$N \cos\alpha > mg - F_{тр} \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad N > mg/(\cos\alpha - \mu \sin\alpha)$

Ответ:

$$\omega > \sqrt{\frac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{R\ \sin\alpha(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}}$$

Задача 3. (15 баллов)

В сосуде объемом 1м3 под подвижным поршнем находится насыщенный водяной пар и 12 г воды. При данной температуре плотность пара равна 8 г/м3, а давление 1,2 кПа. Какое давление установится в сосуде, если объем изотермически увеличить в 5 раз? Ответ округлить до одного десятичного знака.

Решение:

Пренебрегаем объемом воды по сравнению с объемом пара.

Для пара: $P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow P_2 = \dfrac{P_1V_1}{V_2} = \dfrac{P_1}{5}$

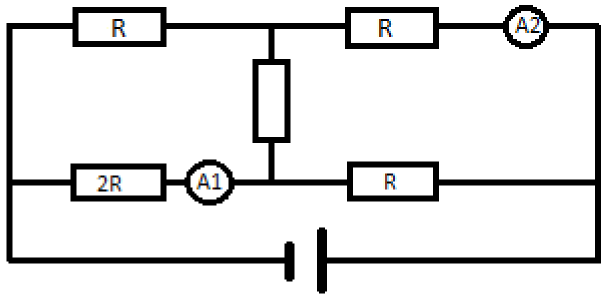
Вода испарилась: $5PV = \dfrac{m}{\mu}RT$

По плотности пара определим T:

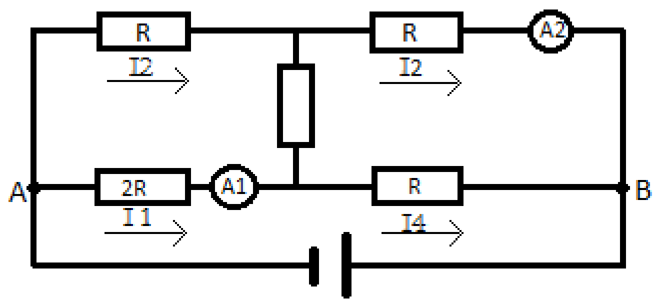
$$\rho = \frac{P_1\mu}{RT} \Rightarrow T = \frac{P_1\mu}{\rho R} \Rightarrow P = \frac{mP_1}{5V\rho} \Rightarrow P = \frac{P_1}{5} + \frac{mP_1}{5V\rho} = 0{,}6 \text{кПа}$$

Задача4 (20 баллов)

Два идеальных амперметра включены в цепь, как показано на рисунке. Первый амперметр показывает 0,2А. Что показывает второй амперметр? Ответ округлить до одного десятичного знака.



Решение:

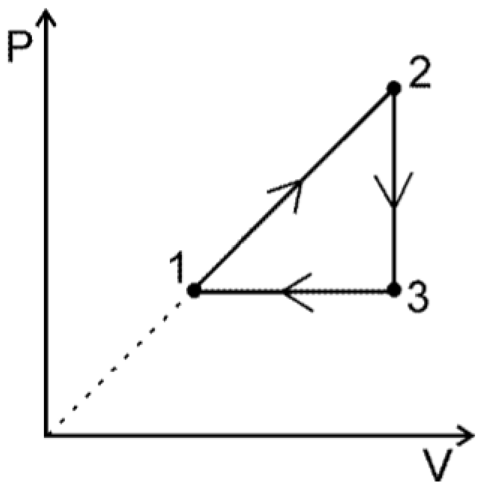


$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4$$
$$I_4 = I_1 + I_3 + I_2$$
$$I_3R + I_2R = I_1 2R + I_4R$$
$$I_3 + I_2 = 2I_1 + (I_1 + I_3 - I_2)$$
$$I_2 = 2I_1 + I_1 - I_2$$
$$2I_2 = 3I_1$$
$$I_2 = \frac{3}{2}I_1$$

<u>Задача 5. (25 баллов)</u>

Один моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый цикл, показанный на рисунке, при котором зависимость давления от объема имеет вид: (1-2)-прямая, выходящая из начала координат, (2-3)-изохора, (3-1)-изобара. К.П.Д. цикла равен 20%. Температура в состоянии 1 равна 324К, температура в состоянии 2 равна 625К. Какое количество теплоты получает газ за цикл? Ответ округлить до целых.

Решение:



$$\eta = 0{,}2$$
$$T_1 = 324K$$
$$T_2 = 625K$$
$$A = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \eta Q$$

Прямая $1-2$ *проходит через начало координат* $\Rightarrow P_2 = aP_1, V_2 = aV_1 \Rightarrow T_2 = a^2T_1$

$$Q = \frac{P_2V_2 + P_1V_1 - P_1V_2 - P_2V_1}{2\eta} = \frac{P_1V_1(a^2 + 1 - 2a)}{2\eta} = \frac{\nu RT_1\left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1\right)^2}{2\eta} = \frac{\nu R\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)}{2\eta}$$

Если $\nu = 1$ моль, то

$$Q = \frac{8{,}3(25-18)^2}{2\cdot 0{,}2}\,Дж = \frac{8{,}3\cdot 49}{0{,}4}\,Дж \approx 1кДж$$

Другое решение:

Газ получает тепло только в процессе 1->3, в котором давление P пропорционально объему V. Следовательно, $PV^{-1} = a$, где a – некоторая константа, и этот процесс является политропическим и происходит при постоянной теплоемкости C. Поэтому тепло Q, полученное газом, равно

$$Q = C(T_2 - T_1)$$

Теплоемкость процесса определяется из первого закона термодинамики:

$$\Delta U = Q - A \Longrightarrow\ C_V\Delta T = C\Delta T - P\Delta V$$

$$P\Delta V = aV\Delta V = \frac{1}{2}\Delta(aV^2) = \frac{1}{2}\Delta(PV) = \frac{1}{2}R\Delta T$$

$$C_V\Delta T = C\Delta T - \frac{1}{2}R\Delta T \Longrightarrow C = C_V + \frac{1}{2}R$$

Для одноатомного газа $C_V = \frac{3}{2}R \Longrightarrow C = 2R$

Ответ: $Q = 2R(T_2 - T_1) = 5$ кДж