



«

»

2013-2014

Задача 1.

На вершине столба высотой $H = 2,0$ м лежит тело массой $M = 500$ г. В него попадает летящая горизонтально пуля, имеющая массу $m = 10$ г и скорость $v_0 = 500$ м/с. На каком расстоянии от подножия столба упадет тело с застрявшей в нем пулей? Трением тела о поверхность столба пренебречь.

Дано:

$H = 2,0 \text{ м}$

$M = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}$

$m = 10 \text{ г} = 0,01 \text{ кг}$

$v_0 = 500 \text{ м/с}$

$s = ?$

Решение:

Система «тело – пуля» не может быть замкнутой, так как на все тела действует сила тяжести, которая изменяет импульс по вертикали.

Однако вдоль горизонтального направления сила тяжести не может изменять импульс, и сумма проекций импульсов тел на горизонтально направленную ось будет оставаться неизменной:

$$mv_0 = (m + M)v$$

Движение тела с застрявшей в нем пулей складывается из горизонтального равномерного движения со скоростью v и вертикального равноускоренного движения без начальной скорости с ускорением g . Запишем уравнения движения тела с застрявшей в нем пулей:

$$\begin{aligned} s &= vt \\ H &= gt^2/2 \end{aligned}$$

Решая систему трех уравнений, получаем выражение расстояния s через данные задачи:

$$s = \frac{mv_0}{m+M} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$s = \frac{0,01 \cdot 500}{0,51} \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{10}} = 6,2 \text{ м.}$$

Ответ: $s = 6,2$ м.

Задача 2.

С каким максимальным ускорением может двигаться вверх по наклонной дороге автомобиль, если угол наклона дороги к горизонту $\alpha = 30^\circ$, а коэффициент трения между колесами автомобиля и дорогой $\mu = 0,60$?

Дано:

$\alpha = 30^\circ$

$\mu = 0,60$

Решение:

Автомобиль разгоняется, используя третий закон Ньютона: мотор вращает колесо автомобиля, а оно вследствие этого толкает дорогу назад. При этом дорога толкает автомобиль вперед. На автомобиль, движущийся по наклонной дороге, действуют три силы – сила тяжести mg , направленная отвесно вниз, сила нормальной реакции N , направленная вверх перпендикулярно поверхности соприкосновения и сила трения покоя $F_{\text{тр}}$, направленная вверх вдоль поверхности соприкосновения. Разложим силу тяжести на составляющие: вдоль движения $mg \sin \alpha$ (ее называют скатывающей силой) и перпендикулярно движению $mg \cos \alpha$ (она равна силе нормальной реакции). Ускорение автомобиля вызвано действием силы трения покоя и скатывающей силы. Максимальное ускорение будет при максимальной силе трения покоя ($F_{\text{тр}}^{\text{max}} = \mu N$).

Согласно второму закону Ньютона

$$\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = ma_{\text{max}},$$

откуда $\alpha_{\max} = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$.

Подставим числовые значения и получим:

$$\alpha_{\max} = 10(0,6 \cdot 0,87 - 0,5) = 0,22 \text{ м/с}^2 = 22 \text{ см/с}^2.$$

Ответ: $\alpha_{\max} = 22 \text{ см/с}^2$.

Задача 3.

За один и тот же промежуток времени первый маятник совершил $N_1 = 20$ колебаний, а другой $N_2 = 10$ колебаний. Определите длину второго маятника, если разность их длин $\Delta l = 24 \text{ см}$.

Дано:

$$N_1 = 20$$

$$N_2 = 10$$

$$\Delta l = 24 \text{ см}$$

Решение:

Период колебаний математического маятника зависит от длины нити и ускорения свободного падения и возрастает с увеличением длины нити:

$$l_2 - ?$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Поэтому за один и тот же промежуток времени маятники разной длины совершат разное число колебаний:

$$N_1 \cdot T_1 = N_2 \cdot T_2$$

Первый маятник совершил больше колебаний, следовательно, длина его меньше

$$l_1 = l_2 - \Delta l$$

Решая систему трех уравнений, получаем выражение для l_2 через данные задачи:

$$l_2 = \frac{N_1^2 \Delta l}{N_1^2 - N_2^2}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$l_2 = \frac{400 \cdot 24}{400 - 100} = 32 \text{ см.}$$

Ответ: $l_2 = 32 \text{ см}$.

Задача 4.

На границе раздела двух жидкостей плотностью $\rho_1 = 0,80 \text{ г/см}^3$ и $\rho_2 = 1,0 \text{ г/см}^3$ плавает кубик плотность материала которого $\rho = 0,85 \text{ г/см}^3$. Определите глубину его погружения во вторую жидкость.

Дано:

$$\rho_1 = 0,80 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_2 = 1,0 \text{ г/см}^3$$

$$\rho = 0,85 \text{ г/см}^3$$

$$h_2 - ?$$

$$h_2 - ?$$

$$h_2 - ?$$

Силы давления, действующие на кубик, равны

Решение:

На кубик, плавающий на границе раздела двух жидкостей, действуют три силы – сила тяжести mg , направленная отвесно вниз, сила

F_1 , действующая на верхнюю грань кубика и сила давления F_2 , действующая на нижнюю грань кубика. Суммарная сила давления на боковые грани в силу симметрии равна нулю.

$$F_1 = [P_a + \rho_1 g(h - h_1)]l^2, \quad (1)$$

$$F_2 = (P_a + \rho_1 g h + \rho_2 g h_2) l^2, \quad (2)$$

где h – высота столба жидкости плотностью ρ_1 , h_1 – глубина погружения кубика в эту жидкость, h_2 – глубина погружения кубика в жидкость плотностью ρ_2 , l – высота ребра кубика.

Очевидно
$$h_1 = l - h_2 \quad (3)$$

Сила тяжести
$$mg = \rho g l^3. \quad (4)$$

По условию задачи кубик плавает, следовательно, векторная сумма сил равна нулю:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + m\mathbf{g} = 0.$$

Модуль этой векторной суммы:

$$F_1 - F_2 + mg = 0. \quad (5)$$

Подставив (1), (2), (3), (4) в выражение (5), находим глубину погружения h_2 :

$$h_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \cdot l.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$h_2 = \frac{0,85 - 0,8}{1,0 - 0,8} \cdot l = 0,25l.$$

Ответ: Кубик погрузился в воду на четверть своего объема.

Задача 5.

Найдите мощность, выделяемую во внешней цепи, состоящей из двух одинаковых сопротивлений, если известно, что на сопротивлениях выделяется одна и та же мощность как при последовательном, так и при параллельном их соединении. Источником служит элемент с ЭДС $\varepsilon = 9,0$ В и внутренним сопротивлением $r = 1,0$ Ом. Как и почему выгоднее

соединять эти сопротивления?

Дано:

Решение:

$\varepsilon = 9,0$ В Мощность тока, выделяемая на внешнем участке цепи $P = I^2 R_{\text{вн}}$, где I – сила тока в цепи, $R_{\text{вн}}$ – сопротивление внешнего участка цепи. При

$r = 1,0$ Ом последовательном соединении двух одинаковых сопротивлений $R_{\text{вн}} = 2R$,
 $P = ?$ а при параллельном их соединении – $R_{\text{вн}} = R/2$. Сила тока в цепи при

последовательном соединении сопротивлений $I_{\text{посл}} = \frac{\varepsilon}{2R+r}$, а при параллельном их соединении – $I_{\text{пар}} = \frac{2\varepsilon}{R+2r}$.

Согласно условию задачи $P_{\text{посл}} = P_{\text{пар}}$

Подставим в это уравнение выражения для токов и сопротивлений

$$\frac{\varepsilon^2 2R}{(2R+r)^2} = \frac{4R\varepsilon^2}{2(R+2r)^2}$$

получаем
откуда

$$2R + r = R + 2r \\ R = r$$

Следовательно,

$$P = \frac{2\varepsilon^2}{9r}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$P = \frac{2 \cdot 81}{9 \cdot 1} = 18 \text{ Вт}$$

При этом тепловые потери будут разные. При параллельном соединении сопротивлений ток, текущий через источник в два раза больше, чем при последовательном их соединении и, следовательно, мощность тепловых потерь будет в четыре раза больше. Поэтому эти сопротивления выгоднее соединять последовательно.

Ответ: $P = 18 \text{ Вт}$, последовательно.

Задача 6.

Предмет помещают на расстоянии $d = 4F$ от линзы. Определите, во сколько раз изображение предмета на экране меньше самого предмета. Постройте изображение предмета, полученного на экране с помощью линзы.

Дано:

Решение:

$d = 4F$ Изображение предмета на экране можно получить только с помощью
_____ собирающей линзы. Если предмет находится дальше двойного фокусного
 $\Gamma - ?$ расстояния, то его изображение будет действительным перевернутым и
уменьшенным. Формула собирающей линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

где d – расстояние от предмета до линзы, f – расстояние от линзы до изображения, F – фокусное расстояние линзы.

Увеличение линзы равно:

$$\Gamma = \frac{f}{d}.$$

Подставляя значение d в формулу линзы, находим значение f :

$$f = \frac{4}{3}F.$$

Следовательно,

$$\Gamma = 1/3.$$

Ответ: Линза дает действительное изображение предмета, уменьшенное в три раза.