Межрегиональная олимпиада школьников «Высшая проба»

2013-2014 учебный год

ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА по ФИЗИКЕ

Задача 1.

Небольшой шарик подлетает к горизонтальной гладкой плите со скоростью $v_0 = 5{,}2 м/с$ под углом $\alpha = 60^o$ к горизонту. Определите расстояние от места удара до следующего столкновения с плитой, если известно, что при ударе шарик теряет $n = 0{,}11$ своей энергии.

Дано:

$v_0 = 5{,}2 м/с$

$\alpha = 60^o$

$n = 0{,}11$

$S - ?$

Решение:

При ударе о поверхность тело потеряло часть энергии, поэтому

$$\frac{mv^2}{2} = (1-n)\frac{mv_0^2}{2}.$$

Поверхность является гладкой, значит, при ударе на тело действуют только вертикальные силы, следовательно, сохраняется горизонтальная составляющая скорости

$$v_x = v_o \cdot \cos\alpha.$$

Для вертикальной составляющей скорости получим

$$v_y = \sqrt{v^2 - v_x^2} = v_o\sqrt{(\sin\alpha)^2 - n}.$$

Время движения тела по параболе $t = \frac{2v_y}{g}$, расстояние до следующего удара $S = v_x \cdot t.$

Окончательно $S = \frac{2v_o^2}{g}\cos\alpha\sqrt{(\sin\alpha)^2 - n}.$

Подставим числовые значения и получим:

$$S = \frac{2 \cdot 27}{9{,}8} \cdot 0{,}5\sqrt{0{,}75 - 0{,}11} = 2{,}2 м.$$

Ответ: $S = 2{,}2$ м.

Задача 2.

С какой скоростью можно увеличивать число оборотов в секунду колёс мотоцикла, чтобы не происходило пробуксовки? Коэффициент трения колёс о дорогу μ = 0,70, радиус колеса R = 0,30 м. Считать, что на заднее колесо, приводящее его в движение, приходится половина веса мотоцикла.

Дано:

R = 0,30 м

μ = 0,70

$\frac{\Delta n}{\Delta t} - ?$

Решение:

Максимальная сила трения: $F = \mu N = \mu \frac{mg}{2}$.

По второму закону Ньютона максимальное ускорение

$$a = \frac{F}{m} = \mu \frac{g}{2}.$$

Число оборотов в секунду: $n = \frac{v}{2\pi R}$.

За время Δt число оборотов в секунду изменяется по формуле:

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{\Delta(\frac{v}{2\pi R})}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta v}{\Delta t}}{2\pi R} = \frac{\mu g}{4\pi R}.$$

Произведя вычисления, получим:

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0,7 \cdot 9,8}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,3} = 1,8 об/с^2.$$

Ответ: $\frac{\Delta n}{\Delta t} = 1,8 об/с^2$.

Задача 3.

Тонкостенный цилиндрический стакан массой m = 100 г и высотой h = 10 см ставят вверх дном на гладкое дно сосуда, который после этого медленно заполняют водой до высоты H = 20 см. На сколько градусов надо нагреть воду в сосуде, чтобы стакан начал всплывать? Диаметр стакана d = 4,0 см. Начальная температура всей системы T = 300 К, атмосферное давление p = 720 мм рт. ст.

Дано:

$m = 100 г$

$h = 10 см$

$H = 20 см$

$d = 4,0 см$

$T = 300 K$

$p = 720 мм рт.ст.$

$\Delta T - ?$

Решение:

Силы, действующие на стакан в момент, когда он начнет всплывать:

сила давления на дно стакана $F_1 = [p + \rho g(H-h)]S$,

где $S = \frac{\pi d^2}{4}$, $p -$ атмосферное давление,

$\rho -$ плотность воды, $S -$ площадь дна стакана,

$d -$ диаметр стакана;

$mg -$ сила тяжести, действующая на стакан (массу воздуха в стакане можно не учитывать);

сила давления воздуха в стакане $F_2 = p_1 S$.

Для того чтобы, стакан всплыл должно выполняться условие:

$F_2 \geq F_1 + mg.$

Условие равновесия в проекции на вертикальную ось:

$F_1 - F_2 + mg = 0.$

Нагревание газа происходит при постоянном объеме, поэтому

$\frac{p}{T} = \frac{p_1}{T_1}$, где $T_1 = T + \Delta T$, откуда получаем

$$p_1 = p\frac{T + \Delta T}{T}.$$

Подставляя выражения для сил и давления в условие равновесия, получаем:

$$[p + \rho g(H - h)]S - p\frac{T + \Delta T}{T}S + mg = 0.$$

После преобразований, учитывая $S = \frac{\pi d^2}{4}$,

получим:

$$\Delta T = T \cdot g\frac{\left[\rho(H - h) + \frac{4m}{\pi d^2}\right]}{p}.$$

Подставим числовые значения и получим:

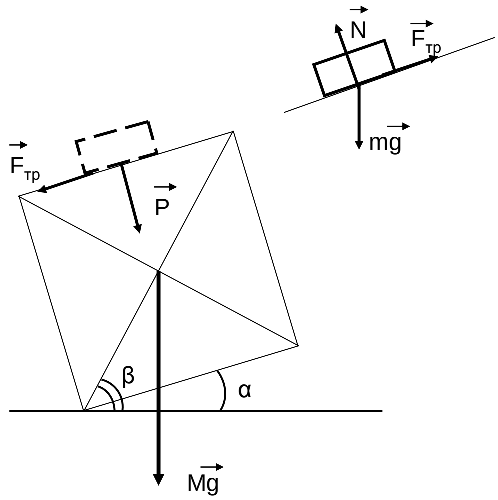
$$\Delta T = 300 \cdot 9{,}8\frac{\left[1000(0{,}2 - 0{,}1) + \frac{4 \cdot 0{,}1}{\pi \cdot 0.04^2}\right]}{13{,}6 \cdot 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}72} = 5{,}6K.$$

Ответ: $\Delta T = 5{,}6K.$

Задача 4.

На горизонтальной поверхности лежит куб массой $M = 1{,}0 кг$. В центре верхней грани лежит небольшое тело массой $m = 100 г$. Край куба аккуратно приподнимают, поворачивая вокруг нижнего ребра. Куб по поверхности не скользит. Определите угол между гранью куба и горизонтальной поверхностью, при котором вся система будет находиться в равновесии.

Дано:	*Решение:*
$M = 1{,}0 кг$ $m = 100 г$ $\alpha - ?$	Будем считать, что в равновесии кубик наклонен к горизонту под углом α. Рассмотрим сначала маленькое тело, лежащее в середине верхней грани куба.



На него действуют силы:

$mg -$ сила тяжести, направленная вертикально вниз,

$N -$ сила реакции опоры, направленная вверх, перпендикулярно грани, и

$F_{тр1} -$ сила трения, действующая со стороны куба и направленная вдоль грани вверх.

Условия равновесия этого тела:

$$\begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ F_{тр1} = mg\sin\alpha \end{cases}$$

Теперь рассмотрим куб. Поворачивать кубик вокруг нижнего ребра будут следующие силы:

$Mg -$сила тяжести (направлена вертикально вниз и поворачивает кубик по часовой стрелке);

$P -$вес маленького тела (направлен перпендикулярно грани вниз и поворачивает куб по часовой стрелке). По третьему закону Ньютона $P = -N$ и, следовательно, $P = mg\cos\alpha;$

$F_{тр2} -$сила трения со стороны маленького тела (направлена вдоль верхней грани вниз и поворачивает кубик против часовой стрелки).

По третьему закону Ньютона $F_{тр1} = -F_{тр2}$ и, следовательно, $F_{тр2} = mg\sin\alpha.$

Условие равновесия куба – сумма моментов всех сил относительно оси вращения (нижнего ребра) равна нулю. Запишем это условие:

$$F_{mp2} \cdot a - P\frac{a}{2} - Mg\frac{a\sqrt{2}}{2}\cos\beta = 0,$$

где a – ребро куба, $\beta = \frac{\pi}{4} + \alpha.$

Подставляя в это уравнение выражения для всех сил, получим:

$$mg\sin\alpha \cdot a - mg\cos\alpha \cdot \frac{a}{2} - Mg\frac{a\sqrt{2}}{2}\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = 0.$$

Выполнив необходимые преобразования, получим:

$$2m\sin\alpha - m\cos\alpha - M(1 - tg\alpha) = 0.$$

Окончательно, $\alpha = arctg\frac{m+m}{2m+m}.$

Подставим числовые значения и получим:

$$\alpha = arctg\frac{0{,}1+1}{2\cdot 0{,}1+1} = arctg\,0{,}92 = 42{,}5^o.$$

Ответ: $\alpha = 42{,}5^o.$

Задача 5.

Некоторое количество вещества нагревают, поддерживая мощность нагревателя постоянной и записывают результаты в таблицу:

τ, мин	0	5	10	15	20	25	30	35
$t,^0$C	60	100	110	110	110	110	112	132

Оцените удельную теплоёмкость вещества в жидком состоянии и удельную теплоту плавления при условии, что удельная теплоёмкость в твердом состоянии *c* = 1,0 кДж/кг·К.

Дано:

$c = 1{,}0 кДж/кг \cdot К$

$c_ж - ?$

$\lambda - ?$

Решение:

Согласно закону сохранения энергии:

$$cm\Delta t_1 = P\tau_1 \qquad (1)$$

$$\lambda \cdot m = P\tau_2 \qquad (2)$$

$$c_{ж}m\Delta t_3 = P\tau_3 \qquad (3)$$

где $P-$ мощность нагревателя, $m-$ масса тела, $\tau_1 -$ время нагревания твердой фазы, $\Delta t_1 -$ изменение температуры тела, $\tau_2 -$ время плавления, $\lambda -$ удельная теплота плавления, $\tau_3 -$ время нагревания жидкой фазы, $\Delta t_3 -$ изменение температуры жидкости, $c_{ж} -$ удельная теплоемкость вещества в жидком состоянии.

Разделив (2) на (1) и (3) на (1), получим:

$$\lambda = \frac{c \cdot \Delta t_1 \cdot \tau_2}{\tau_1} \quad и \quad c_{ж} = \frac{c \cdot \Delta t_1 \cdot \tau_3}{\tau_1 \cdot \Delta t_3}.$$

Определим из таблицы скорость нагрева вещества в твердом и жидком состояниях и время нагрева и плавления:

$$\left(\frac{\Delta t}{\tau}\right)_т = \frac{40}{5} = 8 град / мин \quad и \quad \left(\frac{\Delta t}{\tau}\right)_{ж} = \frac{20}{5} = 4 град / мин.$$

Следовательно, нагревание твердой фазы продолжалось

$\tau_1 = \dfrac{50}{8} = 6{,}25 мин$, а жидкой $\tau_3 = \dfrac{22}{4} = 5{,}5 мин.$

Значит, процесс плавления продолжался $\tau_2 = 23{,}25 мин.$

Подставим числовые значения и получим:

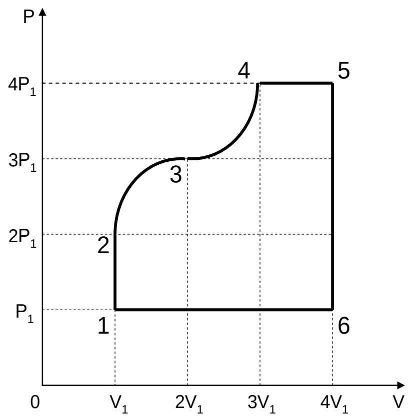
$$\lambda = \frac{1000 \cdot 50 \cdot 23{,}25}{6{,}25} = 186 кДж / кг \quad и$$

$$c_{ж} = \frac{1000 \cdot 50 \cdot 5{,}5}{6{,}25 \cdot 22} = 2{,}0 кДж / кг \cdot K.$$

Ответ: $\lambda = 186 кДж / кг, \quad c_{ж} = 2{,}0 кДж / кг \cdot K.$

Задача 6.

Замкнутый цикл, совершаемый одноатомным идеальным газом, состоит из следующих участков: 1-2 - изохора, масштаб подобран таким образом, что 2-3 в *PV*-диаграмме представляет собой четверть окружности с центром внутри цикла, а 3-4 - четверть окружности с центром вне цикла, 4-5 - изобара, 5-6 – изохора, 6-1- изобара. $P_2 = 2P_1$, $P_3 = 3P_1$, $P_5 = 4P_1$, $V_3 = 2V_1$, $V_4 = 3V_1$, $V_5 = 4V_1$. Определите КПД цикла (ответ дать в процентах).



Дано:

$P_2 = 2P_1$

$P_3 = 3P_1$

$P_5 = 4P_1$

$V_3 = 2V_1$

$V_4 = 3V_1$

$V_5 = 4V_1$

Решение:

Коэффициент полезного действия цикла можно вычислить по формуле: $\eta = \dfrac{A}{Q}$,

где $A -$ работа за цикл, $Q -$ количество теплоты, полученное газом за цикл.

В данном случае значительно проще вычислить количество теплоты, отданное газом за цикл, поэтому

$$\eta = \frac{A}{|Q_{от}| + A}.$$

Работа газа за весь цикл численно равна площади цикла в системе координат $P(V)$, поэтому удобно построить график $P(V)$.

Можно заметить, что для вычисления площади удобно заменить сложную конфигурацию цикла прямоугольником равной площади.

$$A = 7P_1V_1.$$

Газ отдает тепло только на двух участках 5-6 и 6-1

$5-6-$процесс изохорный, газ одноатомный:

$$Q_{5-6} = \frac{3}{2}(16P_1V_1 - 4P_1V_1) = 18P_1V_1$$

$6-1-$процесс изобарный, работа газа в этом процессе

$$A_{1-6} = 3P_1V_1$$

$$Q_{1-6} = \frac{5}{2}A_{1-6} = \frac{15}{2}P_1V_1 \,/\, Q_{1-6} = \frac{5}{2}A_{1-6} = \frac{15}{2}P_1V_1$$

Количество теплоты, отданное газом

$$\left|Q_{om}\right| = 18P_1V_1 + \frac{15}{2}P_1V_1 = \frac{51}{2}P_1V_1.$$

Окончательно получаем: $\eta = \dfrac{7P_1V_1}{\frac{51}{2}P_1V_1 + 7P_1V_1} = 22\%.$

Ответ: $\eta = 22\%.$