10 КЛАСС

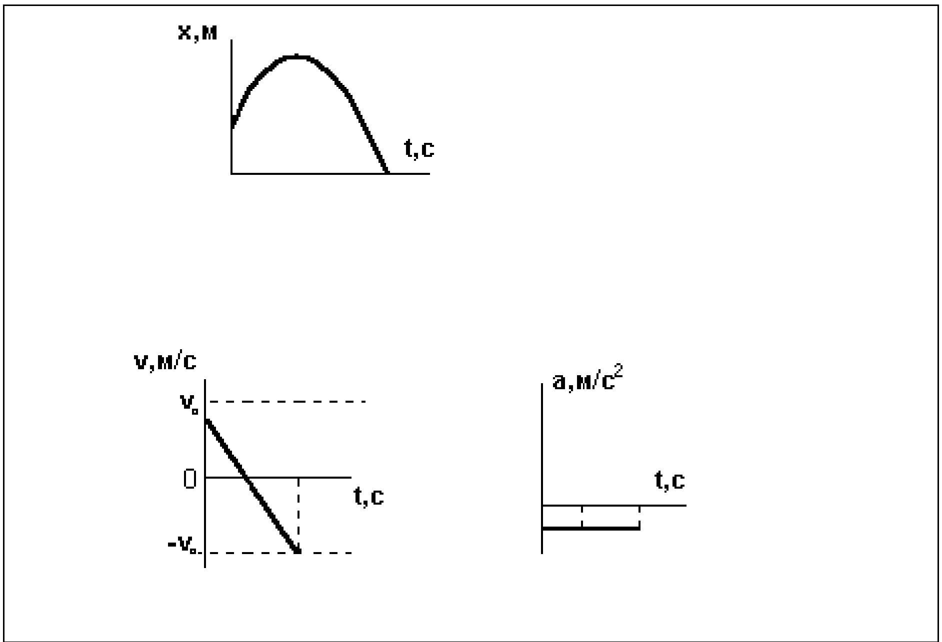
1. Тело малого размера, брошенное с некоторой высоты вертикально вверх, упало на землю. Нарисовать графики зависимости координаты, проекции скорости и ускорения от времени за все время движения

Решение

Рассмотрим движение материальной точки с постоянным ускорением вдоль прямой. В этом случае проекция вектора перемещения на направление движения – координата- в самом общем случае может быть записана следующим образом $x=x_0+v_0t+at^2/2$, а выражение для проекции скорости и ускорения $v=v_0+at$ и $a=a$ соответственно. Здесь x- координата, x_0 - начальная координата, v – скорость, v_0 – начальная скорость, a – ускорение. Выберем ось координат, направленную вертикально вверх, с началом на уровне земли. В этом случае для нашей задачи получим

$x=h+v_0t-gt^2/2$, $v=v_0-gt$ и $a=-g$,

здесь h-та высота с которой брошено тело, a g- ускорение свободного падения (других сил кроме силы тяготения при движении тела не действует). Отсюда и следуют графики



2. Машина массой m=500 кг движется по виражу радиуса R=9,0 м с постоянной скоростью. Когда она проходит путь $\pi R/2$ ее импульс меняется на величину p=3000кгм/с. Найти коэффициент трения между машиной и покрытием дороги.

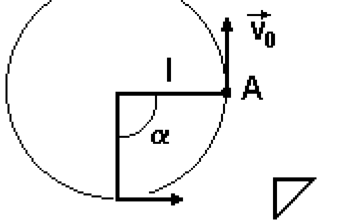
Решение

При движении по окружности скорость перпендикулярна к радиусу. Учитывая, что импульс – вектор сонаправленный скорости, и пользуясь законом вычитания векторов,

легко видеть, что $p=mv2^{1/2}$ Далее, в данном случае сила трения создает центростремительное ускорение $F_{тр}=mv^2/R$ учитывая, что $F_{тр}=\mu N=\mu mg$, получим $mv^2/R=\mu mg$ или $p^2/2mR= \mu mg$,

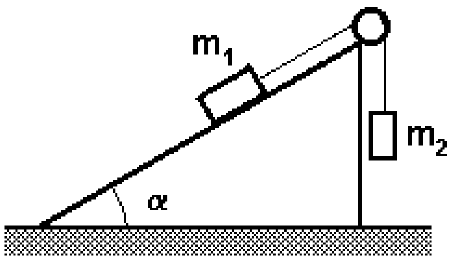
отсюда для коэффициента трения между машиной и покрытием дороги

$\mu=p^2/2m^2Rg =0{,}20$.



.

3. Тела массами m_1=3,0 кг и m_2=2,0 кг, связанные нитью, находятся на горке, как это указано на рисунке. Найти натяжение нити, если горка помещена в лифт, движущийся вертикально вверх с ускорением a_0=2,0 м/с с. Коэффициент трения равен μ=0,40, угол наклона горы равен $\alpha=30^\circ$.



Решение

Два тела массами m_1 и m_2 расположены так, как это указано на рисунке. Найдем ускорение, с которым движутся тела, если предположить, что тела движутся вправо, а коэффициент трения о поверхность известен и равен μ. Наклонная плоскость составляет угол α с горизонтом. Как обычно укажем силы, действующие на каждое из тел, и напишем для каждого из них второй закон Ньютона. Тогда для первого и второго тела

$\mathbf{N}+\mathbf{T}+m_1\mathbf{g}+\mathbf{F}_{тр}=m_1(\mathbf{a}+\mathbf{a}_0)$,: $m_2\mathbf{g}+\mathbf{T}=m_2(\mathbf{a}+\mathbf{a}_0)$

(здесь мы воспользовались фактом, что натяжение вдоль всей нити одинаково и равно T) Для описания движения тела на наклонной плоскости выберем систему координат, в которой ось х направлена вдоль наклонной плоскости по направлению движения, а ось у к ней перпендикулярна. Спроектируем на них уравнение движения:

$T-m_1g_0 \sin\alpha-F_{тр}=m_1a$, $N - m_1g_0 \cos\alpha=0$,

причем учитывая тот факт, что ускорение лифта нам известно и направлено вертикально как и сила тяжести удобно ввести величину $g_0=g+a_0$. Для второго тела возьмем систему отсчета ось х которой направлена вертикально вниз (второй оси нам не понадобиться т.к.

это тело не касается поверхности и реакции опоры находить не нужно). Проекция второго закона Ньютона на эту ось имеет вид:

m_2g_0-T=m_2a.

Далее используем связь между силой трения и реакцией опоры, которую найдем из уравнения по y

$F_{тр}=\mu m_1 g_0 \cos\alpha$.

Подставляя выражение для силы трения в уравнение по x для первого тела и затем складывая оба уравнения по x, получим:

$T-F-m_1g_0 \sin\alpha-\mu m_1g_0 \cos\alpha+m_2g_0 -T=m_1a+m_2a$.

Отсюда следует выражение для ускорения

$a=(m_2g_0 -m_1g_0 \sin\alpha-\mu m_1g_0\cos\alpha)/(m_1+m_2)$.

Для гладкой поверхности в этом случае

$a=(m_2g_0 -m_1g_0 \sin\alpha)/(m_1+m_2)$.

Подставляя численные значения масс и ускорения свободного падения, убедимся, что ускорение меньше нуля. Если бы трение отсутствовало, то ускорение было бы положительно. Но наличие трения не может изменить направление движения, а значит ускорение в нашем случае равно нулю. Отсюда найдем

$T=m_2(g+a_0)$=24 Н.

4. Человек, стоящий на тележке, бросает горизонтально камень массы m=1,0 кг совершая при этом работу A=100 Дж. Какое расстояние пройдет после этого тележка до полной остановки, если коэффициент трения между тележкой и поверхностью равен μ=0,012, а общая масса тележки и человека M=79 кг.

Решение

Напишем закон сохранения импульса для момента броска

$mv – Mu=0$.

Учитывая, что работа расходуется на кинетические энергии камня и тележки, получим

$A=mv^2/2+Mu^2/2=Mu^2(M/m+1)/2$.

Записав закон сохранения энергии для тележки, связывающий момент начала ее движения и момент остановки, найдем

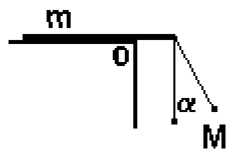
$Mu^2/2=\mu Mgs$.

Из этих двух уравнений искомый путь равен

$s=A/\mu M(1+M/m)g=13$ см.

5. Линейка массы $m=130$ г, лежит перпендикулярно краю стола, так что одна четвертая ее часть выступает. К выступающему концу привязывают нить с укрепленным на ней грузом массы $M=100$ г. На какой минимальный угол надо отклонить нить с грузом, чтобы при его последующих качаниях, конец линейки, лежащий на столе, мог приподняться?

Решение



Рассмотрим сумму проекций моментов сил, действующих на линейку, относительно края стола (точка O). В интересующем нас случае

$mgl/4 – Tl/4=0$,

причем сила натяжения T может быть получена из второго закона Ньютона, написанного для груза в момент прохождения им нижнего положения

$T-Mg=Mv^2/R$.

Скорость может быть найдена из закона сохранения энергии, связывающего нижнее положение груза с его начальным положением

$Mv^2/2=MgR(1-\cos\alpha)$.

Объединяя записанные уравнения, получим

$\alpha=\arccos((3M–m)/2M)$

Приблизительное значения угла 30˚.

6. .Идеальный газ совершает замкнутый цикл, состоящий из двух адиабат и двух изобар. Точки 1 и 3 находятся на одной изотерме. Найти температуру, соответствующую изотерме 13, если температуры точек 2 и 4 соответственно равны T_2 =400 и T_4=280 градусов, а КПД цикла равен η=20%.

Решение

Газ получает теплоту при изобарном расширении

$Q_{12}=3\nu R(T_2-T_1)/2+p(V_2-V_1)$.

Учитывая уравнение состояния $pV= \nu RT$, получим

$Q_{12}=5\nu R(T_2-T_1)/2$.

Аналогично найдем теплоту отданную при процессе изобарного сжатия

$Q_{34}=5\nu R(T_3-T_4)/2$.

Коэффициент полезного действия цикла можно представить как

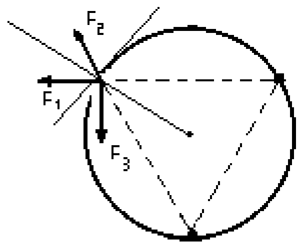
$\eta=A/Q_{12}=(Q_{12}-Q_{34})/Q_{12}$ или $\eta=1- Q_{34})/Q_{12}$.

Подставляя сюда выражения для Q_{34} и Q_{12}, и учитывая, что $T=T_3=T_1$ получим

$T=(T_2(1–\eta)+T_4)/(2–\eta)=333$

7. Три заряженных бусинки надеты на вертикально стоящее гладкое непроводящее кольцо так, что они образуют равносторонний треугольник со стороной a=30 см. Одна бусинка находится внизу, а две другие лежат на одной горизонтали и имеют одинаковую массу m=10 г и одинаковый заряд q=1 мкКл того же знака, что и нижняя бусинка. Найти силу давления на кольцо со стороны верхних бусинок.

Решение



Рассмотрим силы, действующие на каждую из верхних бусинок. Это сила действующая со стороны такой же бусинки $F_1=kq^2/a^2$, $F_2=kQq/a^2$ действующая со стороны нижней бусинки и $F_3=mg$ сила тяжести. На рисунке не указана еще одна сила, действующая на бусинку – сила реакции N со стороны кольца, она направлена по направлению радиуса. Именно эта сила по третьему закону Ньютона и равна искомой силе давления. Поскольку бусинка неподвижна сумма приложенных к ней сил равна нулю

$\mathbf{F_1}+\mathbf{F_2}+\mathbf{F_3}+\mathbf{N}=0$.

Рассмотрим проекции сил на взаимо перпендикулярные оси. Одна ось направлена по радиусу, а другая по касательной.

Получим $F_1\cos60+F_3\cos30-F_2\cos60=0$ по направлению касательной,

и $F_1\cos30-F_3\cos60+F_2\cos30+N=0$ по направлению радиуса.

Выражая из первого уравнения F_2, и подставляя его во второе уравнение, получим искомую величину

$F=kq^2 3^{1/2}/a^2 +mg=0,27$ Н.

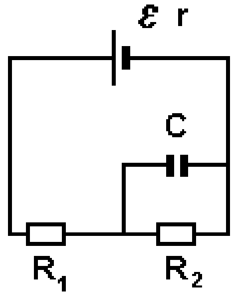
8. Найти напряжение на сопротивлении R_1, если энергия, запасенная на конденсаторе $W=3\ 10^{-10}$ Дж. $R_1=10$ Ом, $R_2=5,0$ Ом, $C=6,0$ пФ, $r=1,0$ Ом

Решение

На основании закона Ома напряжение на сопротивлениях соответственно равно

$U_1=IR_1$ и $U_2=IR_2$, а ток через них одинаков.

Энергия, запасенная в конденсаторе



$W=CU^2/2$,

а напряжение на нем

$U=U_2$.

Учитывая, что токи через оба сопротивления одинаковы, получим

$U_1=(2W/C)^{1/2}R_1/R_2=20$ В.

9. Из проволоки постоянного сечения спаян правильный тетраэдр. К двум его вершинам приложено напряжение 220 вольт, а к двум другим подключен идеальный вольтметр. Найти показания вольтметра.

Решение

Если к двум вершинам такого тетраэдра подключить напряжение, то две другие совершенно эквивалентны, а значит и потенциалы их одинаковы. Учитывая, что идеальный вольтметр не вносит изменений и показывает разность потенциалов, то ответ – ноль.

10.Какую максимально возможную полезную мощность можно получить от источника тока с внутренним сопротивлением $r=2{,}0$ Ом, заряженного от подзарядного устройства с коэффициентом полезного действия $\eta=80\%$ и напряжением $U=10$ В?

Решение

Коэффициент полезного действия для подзарядного устройства

$\eta=EI/UI$,

что позволит найти электродвижущую силу источника $E=\eta U$. Полезная мощность источника тока

$P=I^2R$.

Выражая внешнее сопротивление цепи R из закона Ома для полной цепи

$I=E/(R+r)$,

Получим

$P=EI-rI^2$.

Находя максимальное значение этой параболы, получим ответ

$P_M=\eta^2U^2/4r=8{,}0$ Вт