Межрегиональная олимпиада школьников «Высшая проба»

2013-2014 учебный год

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА по СОВРЕМЕННЫМ ИНФОРМАЦИОННЫМ ТЕХНОЛОГИЯМ

Время выполнения заданий – 180 минут.

Часть B
Задания B1 – B8
Дайте краткий ответ и внесите его в бланк ответов B справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки

B1 Найдите сумму всех несократимых дробей, имеющих знаменатель 7 и расположенных между числами 9 и 27.

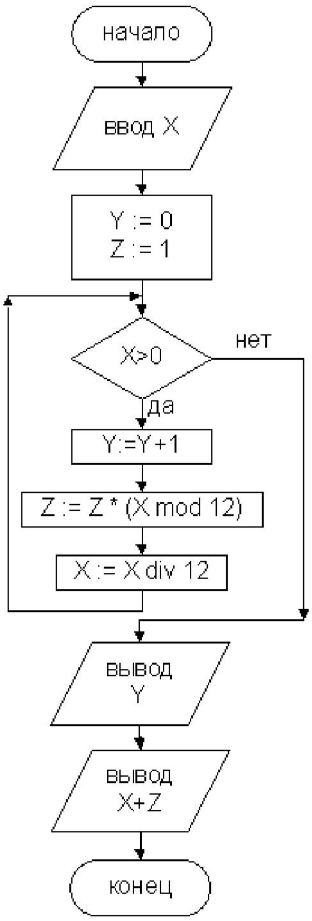
B2 Известно, что натуральное число N даёт при делении на 2013 и 2014 один и тот же остаток 137. Найдите остаток от деления числа N на 57.

B3 В параллелограмме $ABCD$ на сторонах AD и BC взяты точки K, N, соответственно, так что K – середина AD, а $CN : ND = 1 : 2$. Прямые BN и CK пересекаются в точке O. Во сколько раз BO больше, чем ON?

B4 Ученик Коля учился в 10-м классе без двоек по математике, при этом его средний годовой балл по этому предмету составил 4,2. Если бы у Коли было троек столько, сколько он получил пятёрок, четвёрок столько, сколько он получил троек, а пятёрок столько, сколько он получил четвёрок, то его средний годовой балл составил бы 4,25. Сколько у Коли было четвёрок, если всего за год он получил не более 110 оценок?

B5 Найдите все целые значения числа a, при которых уравнение $ax - 4 = \left|x^2 - 14x + 13\right|$ имеет ровно три корня. В ответе укажите сумму найденных значений.

B6 Ниже приведена блок-схема алгоритма обработки вводимого целого числа X. Какое максимальное целое число необходимо ввести, чтобы было выдано 3, а потом 48?



$\boxed{\text{B7}}$ Один из самых распространенных способов представления вещественных чисел в компьютере – это числа с плавающей запятой. Для их формирования используется нормализованная форма числа. Например, в десятичной системе счисления число f представляется в виде $f = M \cdot 10^n$, где $0 \leqslant M < 10$ – мантисса, а n – порядок.

Рассмотрим представление плавающих чисел с одинарной точностью в памяти компьютера. Оно имеет следующие особенности.

1. Используется двоичная система счисления.
2. Для нормализованного числа первая цифра мантиссы для всех ненулевых чисел равна 1, поэтому её пропускают.
3. Для хранения числа отводится 32 бита, т.е. 4 байта.
4. Старший (левый) бит хранит знак числа: 0 – для неотрицательных и 1 – для отрицательных.
5. Следующие восемь бит предназначены для хранения порядка. При этом к истинному порядку прибавляется смещение 127. (Тогда проще организовать сравнение плавающих чисел на "больше-меньше".)
6. В оставшихся 23-х битах хранится мантисса (без ведущей единицы, которая носит название "скрытый бит").

Пример 1. Представить 104_{10} в формате с одинарной точностью.
Нормализованное представление: $104_{10} = 1101000_2 = 1,101_2 \cdot 2^6$.
Мантисса без "скрытого бита": 101. Смещённый порядок: $127+6 = 133_{10} = 10000101_2$.
Знаковый бит: 0.

	Порядок		Мантисса		
0	1000010	1	1010000	00000000	00000000
1-й байт		2-й байт		3-й байт	4-й байт

В 16-ричном виде: 42D00000

Пример 2. Представить $-0,1875_{10}$ в формате с одинарной точностью.
Знаковый бит: 1. Нормализованное представление абсолютной величины: $0,1875_{10} = 0,0011_2 = 1,1_2 \cdot 2^{-3}$. Смещённый порядок: $127 - 3 = 124_{10} = 1111100_2$.

	Порядок		Мантисса		
1	0111110	0	1000000	00000000	00000000
1-й байт		2-й байт		3-й байт	4-й байт

В 16-ричном виде: BE400000

Ниже приведены 16-ричные записи представлений с одинарной точностью пяти вещественных чисел. Определите наибольшее среди них и запишите в качестве ответа его десятичное представление с шестью знаками после запятой (например 112,500000).
3F760000; 43F60800; 44760800; BFEC0000; 446C0800.

B8 Дан массив целых чисел N×N. Массив заполняется по алгоритму, приведенному ниже. Полученная матрица содержит в себе хорошо известный математический объект. Если Вам известны его свойства, то Вы очень быстро ответите на вопрос (а можно и просто посчитать): чему равна сумма элементов на главной диагонали матрицы размерностью 7×7. Замечание: элементы главной диагонали матрицы – это элементы, номер столбца и номер строки которых совпадают.

Паскаль	Си	Бейсик

for i:=1 to n do
for j:=1 to n do
a[i,j]:=0;
a[1,n]:=1;
for i:=2 to n do
for j:=n downto 1 do
a[i,j]:=a[i–1,j]
+a[i–1,j mod n +1];
	for (i=0;i<n;i++)
	for (j=0;j<n;j++)
	a[i][j]=0;
	a[0][n–1]=1;
	for (i=1;i<n;i++)
	for (j=n–1;j>=0;j– –)
	a[i][j]=a[i–1][j]+
	a[i–1][(j +1)% n];
		For i = 1 To n
		For j = 1 To n
		a(i, j) = 0
		Next j
		Next i
		a(1, n) = 1
		For i = 2 To n
		For j = n To 1 Step –1
		a(i, j) = a(i – 1, j) _
		+ a(i – 1, j Mod n + 1)
		Next j
		Next i