

**10 КЛАСС****Время выполнения: 240 мин****Задача 1.**

Найдите область определения и множество значений функции

$$y = \sqrt{6x - x^2 - 5}$$

**Задача 2.**

Решите уравнение

$$x^2 + \sqrt{x} - 2 = 0$$

**Задача 3.**

Школьник Андрей сдавал тест по математике, состоящий из 25 задач. За каждую верно решённую задачу давали 12 баллов, за каждую неверно решённую – отнимали 7 баллов, за задачу, которую школьник не решал, ставили 0 баллов. В результате Андрей получил 74 балла. Сколько задач Андрей не решал?

**Задача 4.**

Найдите числа  $a, b$ , если  $a^2 - 2b + 2a = 24$  и известно, что корни уравнения  $x^2 - (a+1)x + b = 0$  являются целыми числами.

**Задача 5.**

У трапеции длины диагоналей равны 10 и  $4\sqrt{13}$ , а длины оснований – 6 и 12. Найдите площадь трапеции. Можно ли в эту трапецию вписать окружность? Можно ли вокруг этой трапеции описать окружность?

**Задача 6.**

Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$x^2 + y^2 + x^2 y^2 - 4xy$$

**Задача 7.**Найдите все значения  $a$ , при которых система неравенств

$$\begin{cases} y \geq x^2 + a \\ x \geq y^2 + a \end{cases}$$

имеет решения и все эти решения удовлетворяют неравенству  $x^2 + y^2 \leq 8$ .

**Задача 8.**

В таблице приведена протяженность автомагистралей между соседними населенными пунктами. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие населенные пункты не соединены автомагистралями.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>K</b>
<b>A</b>		3		10	20
<b>B</b>	3		2	5	14
<b>C</b>		2		1	
<b>D</b>	10	5	1		6
<b>K</b>	20	14		6	

Задания:

1. Найдите количество маршрутов из пункта А в пункт К, не имеющих циклов (т.е. ни один из маршрутов дважды не проходит через один и тот же город).
2. Найдите длину кратчайшего маршрута из А в К.
3. Приведённой таблице соответствует граф, в котором населённые пункты являются вершинами, а автомагистрали – рёбрами. Эйлерова цепь – маршрут, который содержит все рёбра графа ровно по одному разу. Существует ли такая цепь в приведенном графе? Если – да, то приведите хотя бы одну (в ответе укажите последовательность проходимых вершин и длины автомагистралей, например, А10D5B14К – маршрут из А в К).
4. Эйлеров цикл – это эйлерова цепь, которая начинается и заканчивается в одной и той же вершине. Существует ли такой цикл в приведённом графе? Если – да, то укажите хотя бы один.

**Задача 9.**

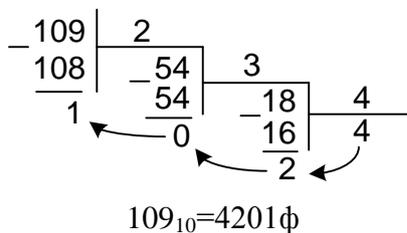
Мы привыкли к тому, что в позиционных системах счисления «вес» единицы любого разряда, кроме младшего, всегда равен произведению «веса» предыдущего на основание системы счисления. Например, в десятичной системе счисления «веса» единиц разрядов выглядят так:  $1; 1 \times 10 = 10; 10 \times 10 = 100; 100 \times 10 = 1000$  и т.д.

Рассмотрим пример системы счисления, в которой понятие «основание системы счисления» отлично от традиционного. Если при переходе к следующему разряду мы будем домножать не на постоянное число, а на номер разряда – в этом случае получается факториальная система счисления. Например:

$$3221_{\text{ф}} = 3 \times 4! + 2 \times 3! + 2 \times 2! + 1 \times 1! = 89_{10}$$

$$40301_{\text{ф}} = 4 \times 5! + 3 \times 3! + 1 \times 1! = 499_{10}$$

Алгоритм перевода целого числа из десятичной системы счисления в факториальную заключается в делении исходного числа последовательно на элементы натурального ряда, начиная с 2. Пример:



Задания:

1. Какое десятичное число представимо в факториальной системе счисления как 23020<sub>ф</sub>?
2. Переведите в факториальную систему счисления  $214_{10}$ .
3. Напишите программу перевода целых десятичных чисел из диапазона от 0 до 100 000 в факториальную систему счисления.

Укажите, какой язык программирования используется и для какого компилятора программа предназначена.

**Задача 10.**

Выпишем все буквы русского алфавита без «Ё» и «Й», но с добавлением пробела «\_». Каждой

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О	П
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

букве соответствует десятичный порядковый номер – её код.

Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31

Приведём лишь часть таблицы, где буквам соответствуют двоичные пятизначные коды:

А	Б	В	Г	...	Э	Ю	Я
00001	00010	00011	00100	...	11101	11110	11111

Главная проблема столь простого способа передачи информации заключается в защите передаваемых данных. Один из способов защиты информации – это ввод ключа, или кодового слова, который складывают с кодом сообщения перед его посылкой по каналу связи. Сложение производится в двоичной системе счисления по правилам:  $0 + 0 = 0$ ,  $1 + 0 = 1$ ,  $1 + 0 = 1$ ,  $1 + 1 = 0$  (такая операция называется сложением по модулю два: обратите внимание, что при сложении единиц в старший разряд ничего не добавляется).

Приведём пример. Пусть дана строка: **БУДУ ДОМА**, кодовое слово: **КЛЮЧ**

Б	У	Д	У	_	Д	О	М	А
00010	10011	00101	10011	00000	00101	01110	01100	00001
01010	01011	11110	10111	01010	01011	11110	10111	01010
К	Л	Ю	Ч	К	Л	Ю	Ч	К
01000	11000	11011	00100	01010	01110	10000	11011	01011
З	Ш	Ь	Г	К	О	Р	Ы	Л

Результат кодирования: **ЗШЬГКОРЫЛ**

Без кодового слова восстановить исходное сообщение невозможно. С другой стороны, алгоритм расшифровки очень прост – достаточно снова прибавить к сообщению ключ по тем же правилам:

З	Ш	Ь	Г	К	О	Р	Ь	Л
01000	11000	11011	00100	01010	01110	10000	11011	01011
К	Л	Ю	Ч	К	Л	Ю	Ч	К
01010	01011	11110	10111	01010	01011	11110	10111	01010
00010	10011	00101	10011	00000	00101	01110	01100	00001
Б	У	Д	У	_	Д	О	М	А

Задания:

Предположим, что у нас есть исходное сообщение

**НА\_МОСТУ\_В\_ТРИ**

и результат кодирования (длина ключа не известна)

**МВРНГРЧТБУАУТЦ**

1. Определите ключ, которым было зашифровано сообщение.
2. Декодируйте сообщение, зашифрованное тем же ключом:

**БУБСМЦГААРЛ\_ЦЦ**

3. Напишите программу, которая на вход получает две строки, каждая длиной не более 250 символов: строку-сообщение и ключ, а на выходе выдаёт зашифрованное сообщение.

Укажите, какой язык программирования используется и для какого компилятора программа предназначена.