

**Межрегиональная
многопрофильная
олимпиада школьников
ГУ-ВШЭ по информатике**

Задания
для учащихся 10-го класса

Задания А1–А16

При выполнении заданий А1–А16 в бланке ответов найдите номер выполняемого задания и отметьте ячейку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа, в соответствии с образцом на бланке.

1. Сумма всех различных корней уравнения $|x - 14| + |22 - x| = 12$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

2. Бананы подешевели на 20%. Сколько кг бананов можно купить теперь на те же деньги, на которые прежде продавали 28 кг?

- 35 кг 32 кг 34 кг 36 кг 33,6 кг

3. Добыча угля на шахте $\mathcal{N}2$ уменьшилась на 52%. На сколько процентов нужно увеличить добычу угля на шахте $\mathcal{N}1$ по сравнению с плановой, чтобы суммарная добыча не изменилось, если раньше на $\mathcal{N}1$ добывали на 30% угля больше, чем на $\mathcal{N}2$?

- 40% 48% 36% 40% 44%

4. Решите уравнение $\frac{1}{x^2 - 3x + 5} = \frac{2}{x^2 + x - 2}$.

- {1; -2} {3} {-3; -4} {4} {3; 4}

5. Если включить первый насос на 3 ч, а второй на 5 ч, то они заполнят водой 80% бака. Если включить первый насос на 5 ч, а второй на 3 ч, то они заполнят водой 60% бака. Какая часть бака будет заполнена, если включить оба насоса на 2 ч?

- 35% 38% 48% 32% 30%

6. Наименьшее значение параметра $p > 0$, при котором уравнение $\frac{64p}{x^2} - \frac{p^2}{x} + p = 0$ имеет ровно один корень, равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

7. Найдите площадь фигуры на плоскости, образованной всеми точками, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 4$ и $x \geq y$.

- $\pi\sqrt{8}$ $\pi\sqrt{2}$ 2π 4π 8π

8. В начале первого года в банк был внесен вклад величиной в 10 тыс. руб., процентная ставка составляет 10% в год, доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу. На сколько процентов доход за четвертый год хранения больше дохода за второй год хранения, если годовая процентная ставка за этот период не менялась?

- на 10% на 20% на 11% на 21% на 24%

9. Найдите все значения параметра p , при которых система
$$\begin{cases} (p^2 - 4p + 3)x = p^2 - 5p + 6, \\ x + y = 2, \\ x + y + z = p \end{cases}$$
 не имеет решений.

- {1; 2; 3} {2; 3} {1} {2} {3}

10. По плану автомобиль проезжает две третьих части расстояния от Москвы до Петербурга со скоростью 30 км/ч, а оставшееся расстояние со скоростью 40 км/ч. На самом деле, из-за попутного

ветра первую треть расстояния он проехал со скоростью 120 км/ч. С какой скоростью он должен проехать оставшееся расстояние, чтобы доехать за плановое время?

- 1 32 км/ч 2 21 км/ч 3 36 км/ч 4 18 км/ч 5 24 км/ч

11. Площадь трапеции $ABCD$ равна 27, причем $BC \parallel AD$, $AD = 2BC$. Прямая пересекает AB в точке M , $AM : MB = 1 : 2$, и пересекает CD в точке N , $CN : ND = 1 : 2$. Площадь четырехугольника $MBCN$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

12. Отношение сторон треугольника ABC равно $BC : AC : AB = 8 : 16 : 9$, радиус описанного круга равен 72. На продолжении стороны CB за вершину B взята точка D так, что $\angle CDA = \angle CAB$. Радиус круга, описанного около треугольника ABD , равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

13. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\cos(5\pi x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1 $\frac{7}{30}$ 2 $\frac{1}{3}$ 3 $\frac{2}{15}$ 4 $\frac{1}{6}$ 5 $\frac{41}{15}$

14. Если x — наименьший положительный корень уравнения $\sin 3x = \cos x - \sin 5x$, то значение выражения π/x равно

- 1 24 2 36 3 48 4 32 5 12

15. Пункты А и В расположены на берегу реки, скорость течения которой равна 4 км/ч. Пароходы Х и У отплыли одновременно из А в В и из В в А и одновременно прибыли соответственно в В и в А. Более быстрый пароход проделывает путь АВ в 1,5 раза быстрее, чем путь ВА. Скорость более медленного парохода (в км/ч) равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

16. Найдите все значения параметра $p > 0$, при которых число $x = 12$ расположено строго между корнями уравнения $x^2 - 7px + 10p^2 = 0$.

- 1 (2; 5) 2 (0; 7) 3 (3,5; 5) 4 (0; 2) 5 (7; 10)

Задания В1–В3

Ответом на задания В1–В3 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус для отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке Единицы измерений, а также символ процента писать не нужно.

1. Аренда торгового зала стоит 20 у.е. в день. Первоначальное обустройство одного торгового места стоит 5 у.е. Одно торговое место дает выручку 2 у.е. в день. Найдите наибольшую возможную выручку, которую можно получить, израсходовав на аренду и обустройство 240 у.е.

2. Чтобы построить дом типа А, плотник должен работать 50 дней, каменщик 10 дней, затем дом можно продать за 30 у.е. Чтобы построить дом типа В, плотник должен работать 10 дней, каменщик 50 дней, затем дом можно продать за 20 у.е. Плотник может проработать не больше 1800 дней, каменщик не больше 1320 дней. Найдите наибольшую возможную выручку от продажи всех домов.

3. Сплав X содержит только вещества А и В в весовом отношении 1 : 2. Сплав Y содержит только вещества В и С в весовом отношении 1 : 2. Сплав Z содержит только вещества А и С в весовом отношении 2 : 1. После сплавления X, Y и Z образовался сплав T в котором весовое отношение А : В : С = 5 : 5 : 8, причем сплава Z пришлось взять 12 кг. Сколько килограммов всего получилось сплава T?