

## Олимпиада школьников «Высшая проба»

*Решения и критерии проверки*

### 9 класс

#### Задание 1. «Новые банковские продукты»

В данной задаче можно выделить три основных аргумента, к которым можно было отнести предлагаемые ответы:

**1. Сигнализирование на рынке.** Предлагая новые продукты индивидуально своим клиентам, банки, тем самым, сигнализируют своим клиентам о персональной заботе о них, что приводит к росту доверия. Это положительно сказывается на имидже банка, повышает репутацию банка в глазах собственных клиентов и они уже, в свою очередь, могут начать активнее сотрудничать с банком или же могут передать данную информацию своим знакомым, которые могут решить воспользоваться его услугами. По сути, банк, тратя часть своих средств, решает проблему асимметрии информации относительно качества своего обслуживания, что позволяет привлечь большее количество средств.

*Основные ошибки, связанные с аргументом 1.* Часто писали о том, что затраты на рекламу и обзвон могут стать сигналом относительно того, что у банка устойчивое финансовое положение и ему можно доверять. Однако, по одному звонку от банка невозможно сказать, тратит банк на эту деятельность много денег или мало (в отличие от строительства здания с колоннами).

**2. Ценовая дискриминация.** Когда банк обзванивает уже существующих клиентов и предлагает более выгодные условия, чем указаны на сайте и в отделении, банк проводит политику ценовой дискриминации. Он не просто привлекает дополнительных клиентов или информирует уже существующих о тех продуктах, о которых они не знали, а узнает предпочтения клиента в принципе (что позволит предлагать новые продукты в дальнейшем по более подходящим ценам) и осуществляет дискриминацию для предлагаемого продукта (т.е. снижает цену только для конкретного покупателя, чтобы привлечь именно его к использованию услуг своего банка). При этом предлагать всем данную цену не выгодно, поскольку с клиентов с высокой платежеспособностью, банк недополучит определенную сумму денег, что скажется на прибыли.

*Основные ошибки, связанные с аргументом 2.* Вопрос задачи был связан со стимулами банка. Аргументы, связанные со стимулами потребителей, никак не оценивались в случае, если не было перехода от них к выгоде банка.

Неверно говорить, что банк привлекает больше клиентов за счет снижения цен, потому что звонят уже существующим клиентам, соответственно, больше клиентов именно за счет этого более выгодного предложения не станет (т.к. новым такие условия, обычно, не предлагают). С другой стороны, если банку хочется привлечь клиентов и выручка значительно при этом увеличивается, то можно сделать новые условия

доступными для всех, при этом у банка не будет никаких дополнительных затрат на звонки.

**3. Привлечение средств.** Данный аспект связан с тем, что банки стремятся привлечь как можно больше средств, сконцентрировать деньги клиентов на своих счетах. Чаще всего эта причина актуальна, когда банки испытывают определенные трудности с доступом к финансовым ресурсам. Поэтому, для поддержания стабильности своих счетов и уменьшения вероятности огромных потерь, банк может привлекать финансирование через предложение более выгодных условий своим вкладчикам. Возможно, что разрыв между спросом и предложением средств в банке связан не с его плохим финансовым состоянием, а с большим спросом на выдаваемые им займы. Обычно такие проблемы краткосрочные и решаются через заимствования overnight на межбанковском рынке, но когда его работа нарушена и ставки там очень высокие, подобная политика привлечения вкладов может быть очень выгодной.

*Основные ошибки, связанные с аргументом 3.* Повышенная ставка процента здесь вряд ли связана с платой за риск (если клиенты считают, что у данного банка есть риск обанкротиться, то остановить отток средств с активов увеличенная ставка процента не поможет). Также бесполезно просто привлекать средства, тем более по более высокой ставке процента, если их некуда эффективно вложить, поэтому просто аргумент о том, что банк привлекает деньги, не засчитывался, т.к. просто так привлекать деньги ни один финансовый институт не будет (никто не берет кредит для того, чтобы положить деньги под подушку, здесь ситуация аналогичная).

*Основные ошибочные аргументы.* Часто встречались аргументы, касающиеся закрытия офисов и уменьшения издержек на их обслуживание. Данный аргумент не подходит просто потому, что в условии вообще ничего не говорилось о закрытии офисов и переводе банка на онлайн-обслуживание. Скорее даже больший наплыв клиентов, вызванный рекламой банка клиентами среди своих знакомых, потребует увеличения количества сотрудников.

Также встречалось много аргументов в различных формулировках, связанные с нерациональностью клиентов банков (звонят клиентам и рекламируют им новые/уже имеющиеся продукты, о которых им было некогда узнавать, кого-то это обязательно заинтересует/придут новые клиенты, которые не знали о банке и т.п.), с умением убеждать звонящих и прочее. Все эти аргументы основаны либо на оценочных суждениях, либо на психологии, либо на нерациональном поведении людей, что не может считаться экономически обоснованным решением задачи.

### **Критерии проверки:**

Полностью решенной считалась задача, в которой были приведены и полностью обоснованы хотя бы два аргумента из трех. Первый приведённый аргумент оценивался в **14 баллов (4 балла** за формальное название аргумента и верное использование терминологии, **10 баллов** за полностью верное описание механизма работы). Второй пункт аналогично оценивался из **7 баллов (2 балла** за название и **5 баллов** за механизм). В зависимости от полноты описания аргумента могли ставиться частичные баллы. Если было два аргумента, то первым считался тот, который описан более полно и дает большее количество баллов.

Ещё **4 балла** ставились за правильно сформулированную идею о том, что дополнительная выручка банка, которую он получает благодаря своим действиям, перекрывает дополнительные затраты, связанные с наймом дополнительных сотрудников или аутсорсинговой фирмы, и поэтому прибыль увеличивается. Если данный аргумент был неаккуратно сформулирован (например, дополнительная прибыль превышает издержки), то за эту идею **ставился 0**.

## Задание 2. «Тяп-Ляп»

Пусть  $\beta$  — снижение процента брака, тогда доля продукции с дефектом составит  $\alpha - \beta$ . Задача фирмы:

$$\pi(q, \beta) = 8(1 - \alpha + \beta)q - q^2 - 2(\alpha - \beta)q - 25\beta \longrightarrow \max_{\substack{q \geq 0 \\ \alpha \geq \beta \geq 0}} \quad (5 \text{ баллов})$$

Далее можно действовать двумя способами.

Способ 1:

Заметим, что прибыль  $\pi(q, \beta)$  является линейной функцией относительно  $\beta$ , значит, максимум прибыли будет достигаться в крайних точках области определения (**2 балла**). Так как  $\beta \in [0, \alpha]$ , то в оптимуме либо  $\beta = 0$ , либо  $\beta = \alpha$  (**2 балла**).

Если  $\beta = 0$ , то целевая функция принимает вид:

$$\pi(q) = 8(1 - \alpha)q - q^2 - 2\alpha q \longrightarrow \max_{q \geq 0} \quad (1 \text{ балл})$$

Относительно выпуска это парабола с ветвями вниз (**1 балл**), поэтому решением является

$$q = \begin{cases} 4 - 5\alpha, & \text{если } \alpha \leq 0,8; & (1 \text{ балл}) \\ 0, & \text{если } \alpha > 0,8. & (1 \text{ балл}) \end{cases}$$

Тогда максимум прибыли составит

$$\pi = \begin{cases} (4 - 5\alpha)^2, & \text{если } \alpha \leq 0,8; & (1 \text{ балл}) \\ 0, & \text{если } \alpha > 0,8. & (1 \text{ балл}) \end{cases}$$

Если  $\beta = \alpha$ , то целевая функция принимает вид:

$$\pi(q) = 8q - q^2 - 25\alpha \longrightarrow \max_{q \geq 0} \quad (1 \text{ балл})$$

Относительно выпуска это парабола с ветвями вниз (**1 балл**), поэтому решением является  $q = 4$  (**1 балл**), тогда максимум прибыли составит  $\pi = 16 - 25\alpha$  (**1 балл**).

Теперь остается сравнить прибыль в двух случаях.

При  $\alpha \leq 0,8$  сравниваем  $(4 - 5\alpha)^2$  и  $16 - 25\alpha$  (**1 балл**). Получаем, что

- при  $\alpha < 0,6$ :  $\beta = \alpha$ , то есть выгодно снизить брак до 0; (**1 балл**)
- при  $\alpha = 0,6$ :  $\beta = 0$  или  $\beta = \alpha$ , то есть фирме без разницы, снизить брак до нуля или не снижать вообще; (**1 балл**)
- при  $\alpha \in (0,6; 0,8]$ :  $\beta = 0$ , то есть фирме рационально не вкладываться в снижение брака. (**1 балл**)

При  $\alpha > 0,8$  сравниваем 0 и  $16 - 25\alpha$  (**1 балл**). Получаем, что при  $\alpha > 0,8$  всегда нерационально вкладываться в снижение брака, поэтому  $\beta = 0$ . (**1 балл**)

Способ 2:

График прибыли  $\pi(q, \beta)$  как функции от выпуска является параболой с ветвями вниз (**2 балла**), поэтому оптимальным выпуском является

$$q = \begin{cases} 4 - 5\alpha + 5\beta, & \text{если } \alpha - \beta \leq 0,8; & \text{(2 балла)} \\ 0, & \text{если } \alpha - \beta > 0,8. & \text{(1 балл)} \end{cases}$$

Тогда максимум прибыли составит

$$\pi(\beta) = \begin{cases} 25\beta^2 + (15 - 50\alpha)\beta + (4 - 5\alpha)^2, & \text{если } \alpha - \beta \leq 0,8; & \text{(4 балла)} \\ -25\beta, & \text{если } \alpha - \beta > 0,8. & \text{(1 балл)} \end{cases}$$

При  $\alpha - \beta \leq 0,8$  графиком зависимости максимальной прибыли от снижения брака является парабола с ветвями вверх, значит, максимум будет достигаться в одном из концов области определения (**2 балла**). Поэтому в оптимуме или  $\beta = 0$ , или  $\beta = \alpha$  (**2 балла**). Абсцисса вершины этой параболы  $\beta_0 = \alpha - 0,3$ . Парабола симметрична относительно прямой  $\beta = \beta_0$  (**1 балл**), поэтому максимум прибыли будет достигаться

- в левой границе  $\beta = 0$ , если  $\beta_0 > 0,5\alpha$  (т.е. если вершина правее середины отрезка);
- в правой границе  $\beta = \alpha$ , если  $\beta_0 < 0,5\alpha$  (т.е. если вершина левее середины отрезка);
- в обоих концах, если  $\beta_0 = 0,5\alpha$ .

Таким образом,

- при  $\alpha < 0,6$ :  $\beta = \alpha$ , то есть выгодно снизить брак до 0; (**1 балл**)
- при  $\alpha = 0,6$ :  $\beta = 0$  или  $\beta = \alpha$ , то есть фирме без разницы, снизить брак до нуля или не снижать вообще; (**1 балл**)
- при  $\alpha \in (0,6; 0,8]$ :  $\beta = 0$ , то есть фирме рационально не вкладываться в снижение брака. (**1 балл**)

При  $\alpha - \beta > 0,8$  максимальная прибыль убывает по  $\beta$  (**1 балл**), следовательно, для максимизации функции  $\pi(\beta)$  на отрезке  $\beta \in [0, \alpha]$  необходимо брать минимальное допустимое значение  $\beta$ :  $\beta = 0$ . Тогда  $\alpha - \beta > 0,8$  эквивалентно  $\alpha > 0,8$ , то есть при  $\alpha > 0,8$  фирме не выгодно вкладываться в снижение брака (**1 балл**).

#### Критерии проверки:

- Если при выписывании функции прибыли  $\pi(q, \beta)$  допущена одна ошибка (например, 0,25 вместо 25 или пропущен множитель  $1 - \alpha + \beta$ ), то ставится **3 балла**; если допущено более одной ошибки, то ставится **0 баллов**.

- Если изначальной функции  $\pi(q, \beta)$  не было, за функцию  $\pi(q)$  ставится **3 балла**. При этом, если в функции была допущена одна ошибка, ставился **1 балл**, если более одной ошибки — **0 баллов**.
- Если задача была решена с дискретными  $\alpha$ , за всю задачу ставилось **2 балла**, если правильно выписывались ТС и TR.

### Задание 3. «Платные эксперименты»

#### Решение и критерии проверки:

В задаче требовалось:

- Сравнить каждую из форм вознаграждения за участие в исследовании с отсутствием оплаты (чем вариант «Платить за участие в РМЭЗ» лучше и хуже, чем «Не платить за участие в РМЭЗ» и аналогично для эксперимента – чем хорошо и чем плохо оставлять участнику его выигрыш).
- Провести сравнение с точки зрения организатора исследования, а не его участника. Сравнение с точки зрения участника бессмысленно: для него вознаграждение всегда выгоднее, чем его отсутствие.

Таким образом, работы, где сравнивались два способа вознаграждения, две лотереи, выгоды для участника от участия в опросе и эксперименте и т.д., не оценивались. Также не оценивались нерелевантные рассуждения (к примеру, о том, что проведение РМЭЗ может стать хорошей рекламой для НИУ ВШЭ).

Тем не менее, при наличии в неверной в целом работе отдельных мыслей, относящихся к вопросу задачи (и фигурирующих в критериях проверки), баллы за них выставлялись.

#### • РМЭЗ — 15 баллов

- + Плата привлекает участников: в случае её отсутствия, с одной стороны, желающих участвовать в опросе было бы меньше (**2 балла**), с другой стороны, дает им стимул более внимательно относиться к заполнению опросника (**1 балл**)
- + Удержание выборки: когда есть плата за участие, это дает лишний повод респонденту поучаствовать ещё раз, через год. В бесплатном опросе люди, скорее всего, не будут участвовать из года в год (**3 балла**).
- Основной недостаток — смещение выборки в сторону групп населения с низким доходом: из-за платы за участие появляется много желающих поучаствовать в опросе из-за денег (как правило, это люди с небольшим доходом). Если бы опрос был неоплачиваемым, в нем участвовали бы преимущественно энтузиасты, среди которых не было бы такого перекаса в сторону небогатых людей (**6 баллов**).
- Менее значимый недостаток: у людей, участвующих за деньги, в отличие от энтузиастов, нет стимулов внимательно относиться к ответам на вопросы (там, где энтузиасты будут тщательно обдумывать ответы, осознавая важность их ответов для исследования, люди, участвующие за деньги, могут ответить первое, что придет им в голову). Тем не менее, масштаб этой проблемы значительно меньше, чем у смещения выборки (**2 балла**).

- Довольно очевидный недостаток: плата за участие в исследовании — это лишние издержки для организатора (**1 балл**).

- Эксперимент — **10 баллов**

- + Основное достоинство - это то, что поведение людей в случае, когда они забирают выигрыш себе, будет соответствовать их поведению в реальной жизни (в отличие от случая отсутствия вознаграждения, когда они ставят воображаемые деньги и получают воображаемые выигрыши). Результаты эксперимента с воображаемыми деньгами, скорее всего, будут слабо соответствовать реальности (**6 баллов**).
- + Наличие вознаграждения позволит привлечь больше участников (**2 балла**).
- Основной недостаток по сравнению со случаем отсутствия вознаграждения — большие расходы. При этом (в отличие, к примеру, от фиксированной платы) расходы эти имеют случайный характер и могут оказаться неожиданно большими (**2 балла**).

Отдельные разумные соображения, не прописанные в критериях выше, но имеющие отношение к вопросу задачи, могут быть оценены в **1-2 балла**.



#### Задание 4. «Издержки миграции»

1. **(5 баллов)** Если ресурсы абсолютно мобильны, то весь труд будет работать только по лучшим технологиям. Поэтому все иксы будут производиться в  $E$ , а все игреки — в  $W$ :

$$x = 4L_x, \quad y = 2L_y, \quad L = 15 + 15 = 30$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 30 \Leftrightarrow y = 60 - 0.5x$$

- (а) **3 балла** за указание на распределение всего труда по лучшим технологиям  
(б) **2 балла** за верный ответ (при наличии первого пункта)
2. **(5 баллов)** Если ресурсы абсолютно не мобильны, то перед нами стандартная задача сложения двух линейных КПВ:

$$E : x = 2L_x, \quad y = 2L_y, \quad L_E = 15$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 15 \Leftrightarrow y = 30 - x$$

$$W : x = 4L_x, \quad y = L_y, \quad L_W = 15$$

$$\frac{x}{4} + y = 15 \Leftrightarrow y = 15 - 0.25x$$

КПВ региона  $W$  переместится вверх на 30, а КПВ региона  $E$  переместится вправо на 60. Первый участок:

$$y = 15 - 0.25x + 30 = 45 - 0.25x, \quad 0 \leq x \leq 60$$

Второй участок:

$$y = 30 - (x - 60) = 90 - x, \quad 60 \leq x \leq 90$$

Таким образом, искомая КПВ имеет вид:

$$y = \begin{cases} 45 - 0.25x, & \text{если } 0 \leq x \leq 60 \\ 90 - x, & \text{если } 60 \leq x \leq 90 \end{cases}$$

- (а) **3 балла** за сложение КПВ  
(б) **2 балла** за верный ответ

3. (10 баллов) Предположим, что мы из региона  $E$  перебросили в регион  $W$   $m$  единиц труда. Тогда КПВ регионов имеют вид:

$$E : x = 2L_x, \quad y = 2L_y, \quad L_E = 15 - \frac{5m}{4}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 15 - \frac{5m}{4} \Leftrightarrow y = 30 - \frac{5m}{2} - x$$

$$W : x = 4L_x, \quad y = L_y, \quad L_W = 15 + m$$

$$\frac{x}{4} + y = 15 + m \Leftrightarrow y = 15 + m - 0.25x$$

Общая КПВ имеет вид:

$$y = \begin{cases} 45 - 1.5m - 0.25x, & \text{если } 0 \leq x \leq 60 + 4m \\ 90 + 1.5m - x, & \text{если } 60 + 4m \leq x \leq 90 + 1.5m \end{cases}$$

Заметим, что при фиксированном  $x$  первая строчка убывает по  $m$ , а вторая возрастает по  $m$ . Значит, для фиксированного  $x$  выгодно значение  $m \geq 0$ , при котором  $x$  лежит на границе этих двух частей, т.е.

$$60 + 4m = x$$

Значит,

$$y = \begin{cases} 45 - 0.25x, & \text{если } 0 \leq x \leq 60 \\ 90 + \frac{1.5(x-60)}{4} - x, & \text{если } 60 \leq x \leq 90 + 1.5m \end{cases}$$

или

$$y = \begin{cases} 45 - 0.25x, & \text{если } 0 \leq x \leq 60 \\ 67.5 - 0.625x, & \text{если } 60 \leq x \leq 108 \end{cases}$$

Продедаем аналогичные рассуждения, если ресурсы перекидаются из области  $W$  в область  $E$ .

Предположим, что мы из региона  $W$  перебросили в регион  $E$   $m$  единиц труда. Тогда КПВ регионов имеют вид:

$$E : x = 2L_x, \quad y = 2L_y, \quad L_E = 15 + m$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 15 + m \Leftrightarrow y = 30 + 2m - x$$

$$W : x = 4L_x, \quad y = L_y, \quad L_W = 15 - \frac{5m}{4}$$

$$\frac{x}{4} + y = 15 - \frac{5m}{4} \Leftrightarrow y = 15 - \frac{5m}{4} - 0.25x$$

Общая КПВ имеет вид:

$$y = \begin{cases} 45 + 0.75m - 0.25x, & \text{если } 0 \leq x \leq 60 - 5m \\ 90 - 3m - x, & \text{если } 60 - 5m \leq x \leq 90 - 3m \end{cases}$$

Заметим, что при фиксированном  $x$  первая строчка возрастает по  $m$ , а вторая убывает по  $m$ . Значит, для фиксированного  $x$  выгодно значение  $m \geq 0$ , при котором  $x$  лежит на границе этих двух частей, т.е.

$$60 - 5m = x \quad (1)$$

Значит,

$$y = \begin{cases} 45 + \frac{0.75(60-x)}{5} - 0.25x, & \text{если } 0 \leq x \leq 60 \\ 90 - x, & \text{если } 60 \leq x \leq 90 \end{cases}$$

или

$$y = \begin{cases} 54 - 0.4x, & \text{если } 0 \leq x \leq 60 \\ 90 - x, & \text{если } 60 \leq x \leq 90 \end{cases}$$

Теперь заметим, что при  $x \leq 60$  выгоден второй случай (перекидывание ресурсов из  $W$  в  $E$ ), а при  $x \geq 60$  — первый (перекидывание ресурсов из  $E$  в  $W$ ). Значит, итоговая КПВ имеет вид

$$y = \begin{cases} 54 - 0.4x, & \text{если } 0 \leq x \leq 60 \\ 67.5 - 0.625x, & \text{если } 60 \leq x \leq 108 \end{cases}$$

- (а) **по 2 балла** за вывод КПВ при переброске  $m$  единиц (из  $W$  в  $E$ , из  $E$  в  $W$ )
- (б) **по 2 балла** за упрощение КПВ (избавление от  $m$ ) в каждом из двух случаев
- (с) **2 балла** за объединение систем и ответ

Все КПВ изображены на рисунке ниже.

4. **(5 баллов)** Действительно (см. рис. и аналитические уравнения КПВ), при абсолютной мобильности ресурсов могут быть получены все точки производственного множества случаев с ограниченной мобильностью ресурсов и без мобильности. Действительно, все точки производственного множества случая немобильных ресурсов могут быть реализованы при частично мобильных и абсолютно мобильных ресурсах. За этими результатами стоит следующая экономическая интуиция. Во-первых, при наличии издержек миграции потерянная часть рабочей силы могла бы при отсутствии издержек использоваться для производства дополнительных товаров. Поэтому наличие издержек миграции ухудшает положение. Во-вторых, наличие возможности миграции, пусть и с издержками, не ухудшает положение по сравнению с отсутствием такой возможности.

- (а) **3 балла** за верный и обоснованный ответ на один из вопросов
- (б) **5 баллов** за верный и обоснованный ответ на оба вопроса (эти баллы не суммируются)

*Примечание: За общие рассуждения (о полезности миграции и т.д.), которые не показывали возможность реализации всех вариантов одной КПВ при другой КПВ, баллы не ставились*

