

Олимпиада школьников «Высшая проба»

Решения и критерии проверки

11 класс

Задание 1. «Работа в минус»

1. Почему Uber не уходит с рынка, несмотря на отрицательную прибыль — не противоречит ли это микроэкономической теории? (10 баллов)

Такое поведение компании не противоречит микроэкономической теории, если Uber оценивает свою деятельность в долгосрочной перспективе, а не в краткосрочной. То есть можно считать, что пока компания работает в Short run и получает отрицательную прибыль, но все еще покрывает переменные затраты.

Действительно, если бы Uber не был нацелен на долгосрочную перспективу, то выплаты компенсаций водителям, о которых идет речь в условии задачи, делали бы поведение компании нерациональным, повышая еще больше и без того высокие переменные издержки. Таким образом, выплата компенсаций водителям имеет своей целью получение бóльшей прибыли в долгосрочном периоде, когда фирма сможет покрыть и убытки краткосрочного периода. В таком случае компенсации позволят завоевать доверие клиентов, обогатить клиентскую базу, заполучить значительную долю рынка и т.д. — см. ответы на вопрос 2.

2. В чем может состоять целесообразность таких доплат водителям с точки зрения компании, максимизирующей свою прибыль? (10 баллов)

Целесообразность таких доплат может быть обоснована повышением будущих прибылей за счет следующих последствий таких компенсаций:

1) Расширение клиентской базы. Клиент, обратившийся в Uber за короткой дешевой поездкой, скорее всего, воспользуется компанией и для более длительной поездки, что может компенсировать в будущем ее потери от малопривлекательных поездок.

2) Привлечение работников, у которых есть альтернатива сотрудничества с другими агрегаторами. Фактически создается стимулирующий контракт для работников с доплатой за риск понести убытки при поездках на короткие расстояния (поездки на длинные расстояния, как правило, компенсируются таксистам самими клиентами). Такое привлечение водителей позволяет повысить конкуренцию за рабочее место, повысить качество предоставляемой услуги, а также удержать клиентов и стимулировать спрос на услуги агрегатора в целом, что также в будущем может позволить компенсировать текущие потери.

3) Завоевание значительной доли рынка. Все перечисленное выше может быть напрямую связано с завоеванием компанией значительной доли рынка. Приведет

ли усиление влияния компании на рынке услуг агрегаторов к тому, что подобные выплаты водителям будут отменены в будущем, сказать невозможно. Однако обслуживание большой доли клиентов вполне может позволить в будущем компенсировать убытки, понесенные компанией в последние годы.

Критерии проверки:

- Первый вопрос: если участник указывает только на возможность функционирования фирмы в краткосрочном периоде без обоснования того, каким образом поведение компании позволит повысить ее прибыль в долгосрочном периоде, то ставится **(5 баллов из 10 возможных)**.
- Если есть ссылка на перспективы фирмы в долгосрочном периоде и обоснование этих перспектив, то ставится **+5 баллов** за ответ на первый вопрос.
- Любой из перечисленных и обоснованных аргументов в ответ на второй вопрос заслуживает **10 баллов**.

Задание 2. «Пол цены для монополиста»

Решение 1. Составим функцию прибыли фирмы.

$$\pi(Q) = P(Q)Q - TC(Q) = \frac{16}{\sqrt{Q}}Q - 15\sqrt{Q} - 2\sqrt[4]{Q} = \sqrt{Q} - 2\sqrt[4]{Q}.$$

Поскольку пол цены равен X , фирма не может продать больше, чем $(16/X)^2$ единиц продукции. Обозначим это количество за Q_X .

Если $Q_X > 256$, фирма всегда может произвести 256 единиц, и получить прибыль в размере $16 - 2 \cdot 4 = 8 > 0$. Раз мы знаем, что фирма ушла с рынка, $Q_X \leq 256$.

Таким образом, нам известно, что 0 является точкой максимума функции $\sqrt{Q} - 2\sqrt[4]{Q}$ на отрезке $[0; Q_X]$. Найдем, при каких $Q_X \leq 256$ это может иметь место.

Произведем замену переменной: $t = \sqrt[4]{Q}$. Тогда $\pi(t) = t^2 - 2t$ и $t \in [0; \sqrt[4]{Q_X}]$. Заметим, что графиком функции $\pi(t)$ является парабола с ветвями *вверх*, и поэтому максимум этой функции на отрезке достигается в одном из концов отрезка (в вершине параболы достигается не максимум, а минимум прибыли). Таким образом, оптимальным является либо $t = 0$, либо $t = \sqrt[4]{Q_X}$.

Значит, оптимальным является либо $Q = 0$, либо $Q = Q_X$. Следовательно, 0 является оптимальным объемом тогда и только тогда, когда прибыль в нуле строго больше, чем в точке Q_X . (Здесь мы учли условие о том, что фирма остается на рынке при безразлии.) Получаем неравенство

$$0 = \pi(0) > \pi(Q_X) = \sqrt{Q_X} - 2\sqrt[4]{Q_X},$$

откуда $Q_X < 2^4$.

Значит, $(16/X)^2 < 2^4$, откуда $X > 4$.

Ответ: $X > 4$.

Решение 2. Составим функцию прибыли фирмы:

$$\pi(P) = PQ(P) - TC(P) = \frac{16^2}{P} - \frac{15 \cdot 16}{P} - \frac{8}{\sqrt{P}} = \frac{16}{P} - \frac{8}{\sqrt{P}}.$$

Выясним, при каких ценах прибыль отрицательна:

$$\pi(P) < 0 \Leftrightarrow 16 - 8\sqrt{P} < 0 \Leftrightarrow P > 4.$$

Учтем ограничение:

$$Q_{max} = 256 \Leftrightarrow P_{min} = 1.$$

Заметим, что если $X > 4$, при любой допустимой цене фирма получит отрицательную прибыль, поэтому она уйдет из отрасли. В то же время если $X \leq 4$, при цене $P = 4$ прибыль фирмы равна нулю, а значит ее максимальная прибыль не меньше нуля и она останется в отрасли. Таким образом, $X > 4$.

Критерии проверки:

- запись функции прибыли (в любом виде) — **3 балла**

- идея о том, что фирма уходит из отрасли при отрицательной прибыли — **2 балла**
- запись неравенства $\pi(P) = \frac{16}{P} - \frac{8}{\sqrt{P}} < 0$ или $\pi(Q) = \sqrt{Q} - 2\sqrt[4]{Q} < 0$ — **9 баллов**
- решение соответствующего неравенства — **4 балла**
- верный (и обоснованный) ответ — **2 балла**
- если при записи прибыли от цены не учтено, что $P_{min} = 1$ — **снимается 3 балла** (в случае, если не было записано неравенства для прибыли, можно было получить **+3 балла** за нахождение P_{min})
- если решается уравнение $\pi(P) = 0$ или $\pi(Q) = 0$, а переход к неравенству никак не обосновывается — **снимается 6 баллов**

Примечание: Поскольку фирма является монополистом и сама устанавливает цену, решение через условие $P < \min AVC$ неверно. Аналогично, условие $P < AVC$ учитывалось только если в работе было пояснение, что это условие эквивалентно $\pi(P) < 0$. Условие $MR(Q) = MC(Q)$ позволяло найти минимум прибыли в этой задаче (баллы за это не снимались, если также присутствовало верное решение). Запись и решение неравенства $\pi(P = X) < 0$ не приносили баллов, если только не было пояснено, почему достаточно рассмотреть граничную точку. В противном случае, не ясно, почему отрицательность прибыли при какой-то одной цене заставляет фирму покинуть отрасль.

Задание 3. «Биткойны»

1. *Приведите макроэкономические причины, по которым Центральный банк может опасаться распространения биткойнов. (максимум 5 баллов)*

Ключевая идея: потеря монополии на эмиссию денег и проведение кредитно-денежной политики с вытекающими последствиями:

- Снижение эффективности кредитно-денежной политики (**1 балл**). Дополнительные объяснения — невозможность достижения целей кредитно-денежной политики, достижения целевого уровня инфляции, регулирования краткосрочных колебаний экономики — оцениваются еще в **2 балла**
 - Возможная неожиданная инфляция/дефляция биткойнов с негативными социальными и политическими последствиями (**1 балл**). Дополнительные объяснения — указание причин инфляции/дефляции (ажиотаж, спекуляция, либо, наоборот, потеря привлекательности), и негативных эффектов дефляции (снижение активности агентов и стагнация в экономике) или высокой инфляции (издержки экономической аллокации, транзакционные издержки и др.) — еще **2 балла**.
- Если указана 1 верная макроэкономическая причина с объяснением: **3 балла**
- Если указаны 2 верные макроэкономические причины с объяснением: **5 баллов**

Если за макро- причины с объяснением не получен полный балл, то можно премировать участника за немакроэкономические объяснения. Ответы типа «Рост теневого сектора экономики, в т.ч. преступности» (сейчас многие расчеты в теневом секторе производятся с помощью биткойнов) оцениваются в **1 балл** (потому что не макроэкономическая причина), но в сумме не более, чем в **2 балла**.

Типичные ошибки, оцениваемые в 0 баллов:

- «Это плохо, потому что ЦБ не сможет контролировать экономику» без объяснения, почему плохо
- «Потому что биткойн не обеспечен»

2. *Верно ли, что из-за увеличения количества биткойнов в обороте цена одного биткойна относительно доллара США будет постепенно снижаться и зафиксируется на постоянном уровне после 2040 года? (максимум 5 баллов)*

Рассмотрим отношение биткойн/USD, что является номинальным прямым курсом доллара в биткойне. В задаче идет речь о фиксации предложения биткойнов. Однако указанное отношение может измениться по следующим причинам:

- (а) Изменения спроса/предложения долларов (роста или снижения ценности доллара по отношению к любым другим активам и валютам, в том числе биткойну) (**3 балла**)

- (b) Изменения спроса на биткойны. Биткойны могут начать пользоваться большим спросом из-за необходимости совершения транзакций, спекуляций на курсе биткойна, сохранения ценности агентов. **(2 балла)**

Типичные ошибки, оцениваемые в 0 баллов:

- Ответ «да»
- Ответ «нет» с нелогичными объяснениями. Например: «нет, потому что биткойн не обеспечен материальными активами, а, значит, его цена может быть какой угодно»

3. *Когда размер приза за предоставление вычислительных мощностей упадет до нуля, потребуется другой способ стимулировать участников системы. Предложите другие возможные способы награждения за предоставление вычислительных мощностей, не ставящие под удар устойчивость денежной системы биткойнов. (максимум 10 баллов)*

Логика поиска механизмов такая: найдем агентов, которым нужна дополнительная вычислительная мощность (реципиенты мощности). Это:

- (a) Сам клиент, проводящий транзакцию
- (b) Посредник (биржа), который предоставляет инфраструктуру для совершения сделок и получает комиссию

Значит, возможные механизмы вознаграждения клиента будут задействовать или самого клиента, или такого посредника.

ВОЗМОЖНЫЕ МЕХАНИЗМЫ:

1. Сделать предоставление мощности необходимым условием для совершения транзакции

Когда предложение биткойнов будет зафиксировано, дополнительные вычислительные мощности по расчету транзакций могут понадобиться в случае роста спроса на биткойны. Для проведения транзакции в биткойне агент должен предоставить дополнительную мощность. Чем больше его спрос на биткойн — тем больше размер требуемой мощности.

2. Субсидирование доноров мощности (тех, кто предоставляет) реципиентами мощности (теми, кому она нужна)

Возможные механизмы для этого:

- (a) Установить некий «бенчмарк» по предоставлению мощности. Сделать обязательным условием совершения сделки предоставление мощности в размере этого «бенчмарка». Те, кто предоставляют мощность сверх бенчмарка,

субсидируются теми, кто предоставляет мощность ниже бенчмарка, пропорционально объему имеющихся биткоинов (проводимых сделок). Например, на их остаток биткоинов доноров начисляется положительная ставка, а на остаток биткоинов реципиентов — отрицательная ставка

- (b) Агент платит при совершении сделки комиссию, которая распределяется среди тех, кто предоставляет мощности
- (c) Если агент при совершении сделки предоставляет мощность, то он не платит (или платит пониженную) комиссию посреднику
- (d) Можно сделать систему платной, выручку распределять среди тех, кто предоставляет мощность
- (e) Агент получает долю от комиссий от сделок, проведенных с использованием его мощности
- (f) Отрицательные ставки на хранение биткоинов, выручка распределяется между донорами мощности

3. Дискриминация по признаку предоставления мощности

Агент, предоставляющий мощность, получает:

- (a) Более высокую скорость совершения транзакций
- (b) Более высокую безопасность совершения транзакций
- (c) Удобную инфраструктуру (личный кабинет и т.д.)

4. Специальные механизмы (для получения полного балла должно быть подробное описание механизма). Например:

Купить/продать биткоины за валюту можно на специальных биржах. Тот, кто предоставляет вычислительные мощности, получает опцион (право на покупку/продажу биткоинов в будущем по оговоренной сейчас цене). Данный опцион прогарантирован биржевым механизмом гарантийного обеспечения, как современные биржевые опционные контракты. Продавцом опциона выступает сама биржа, которая заинтересована в вычислительных мощностях для обслуживания транзакций. (Механизм похож на опционные контракты, которые выписывает корпорация своим сотрудникам, и она же их гарантирует)

Критерии оценки пункта:

- **По 5 баллов** за указание одного возможного работающего механизма с аргументацией, почему это не поставит под удар устойчивость системы
- В этих 5 баллах: **2 балла** за указание верного механизма, **3 балла** за разъяснение механизма/объяснение, почему это не поставит под удар устойчивость системы

Типичные ошибки, оцениваемые в 0 баллов:

- тот, кто предоставляет мощности, получает льготный курс при обмене биткоина
- тот, кто предоставляет мощности, получает процент на его остаток биткоинов

Это нельзя засчитывать как ответ. Покупатель биткоина покупает его у продавца (игра с нулевой суммой), который не будет предоставлять льготный курс. При такой транзакции нет агента, который будет заинтересован в выплате процента. Однако, если на основе этих идей построены более глубокие механизмы, и такой механизм логичен, то это может быть оценено в 1-5 баллов за ответ. Например, можно построить механизм с посредниками, при котором донор мощности будет получать процент на его остаток биткоинов.

Задание 4. «Лапша»

а) (4 балла) **Способ 1.** Составим функцию прибыли фирмы 2 в зависимости от назначаемой ею цены:

$$\pi_2(p_2) = p_2 \cdot q_2 - 4q_2 = (p_2 - 4) \cdot (12 - p_2).$$

Графиком этой квадратичной функции является парабола с ветвями вниз. Ее максимум находится в вершине, $p_2^* = 8$, а максимальная ежегодная прибыль равна $\pi_2^* = (8 - 4) \cdot (12 - 8) = 16$. Именно на такую минимальную сумму будет согласен владелец фирмы из Донского леса.

Способ 2. Составим функцию прибыли фирмы 2 в зависимости от выбранного ею объема производства:

$$\pi_2(q_2) = p_2 \cdot q_2 - 4q_2 = (12 - q_2 - 4) \cdot q_2.$$

Графиком этой квадратичной функции является парабола с ветвями вниз. Ее максимум находится в вершине, $q_2^* = 4$, а максимальная ежегодная прибыль равна $\pi_2^* = (12 - 4 - 4) \cdot 4 = 16$. Именно на такую минимальную сумму будет согласен владелец фирмы из Донского леса.

Способ 3. Функция предельного дохода, порожденная кривой спроса на продукцию второй фирмы, имеет вид $MR(q_2) = 12 - 2q_2$, а предельные издержки равны 4. При убывающей функции предельного дохода и постоянных предельных издержках их пересечение даст максимум: $12 - 2q_2 = 4$, откуда $q_2^* = 4$, цена (в соответствии с функцией спроса) равна $p_2^* = 8$, а максимальная прибыль равна $\pi_2^* = 4 \cdot 8 - 4 \cdot 4 = 16$. Именно на такую минимальную сумму будет согласен владелец фирмы из Донского леса.

При любом способе решения:

- **1 балл** за понимание, что искомая сумма — максимальная прибыль 2-й фирмы.
- **2 балла** за поиск оптимального q или p (в зависимости от способа решения). Из них **1 балл снимается**, если не проверено, что найден именно максимум (достаточное условие).
- **1 балл** за вычисление ответа.

б) (**16 баллов**) Объединенная фирма (назовем ее фирмой М) будет владеть двумя технологиями и продавать товар на двух рынках.

Чтобы прибыль была максимальна, распределение производства между технологиями должно минимизировать общие издержки для выбранного объема выпуска (иначе можно будет снизить издержки, и прибыль увеличится).

Способ 1. Перед владельцем новой фирмы стоит задача минимизации функции

$$TC_M(q_1, q_2) = q_1^2 + 4q_2$$

при ограничении $q_1 + q_2 = Q$, где $Q \geq 0$ — параметр. Подставим q_2 из ограничения в целевую функцию:

$$TC_M(q_1, Q) = q_1^2 + 4(Q - q_1) = q_1^2 - 4q_1 + 4Q.$$

Относительно q_1 это квадратичная парабола с ветвями вверх, то есть для минимизации издержек нужно выбрать точку в ее вершине: $q_1 = 2$, откуда $q_2 = Q - 2$, а общие издержки равны $TC_M(Q) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4Q = 4Q - 4$. Ясно, что эти ответы верны только при $Q \geq 2$, при меньших значениях Q нужно всё производить на первом заводе (там издержки на каждую произведенную единицу меньше). Получаем функцию общих затрат:

$$TC_M(Q) = \begin{cases} Q^2, & \text{если } Q < 2; \\ 4Q - 4, & \text{если } Q \geq 2. \end{cases}$$

Способ 2. Если объединенная фирма хочет использовать обе технологии, то распределить производство нужно так, чтобы предельные издержки на двух производствах были равны (иначе можно будет перенести немного продукции отсюда, где они больше, туда, где меньше, и сократить тем самым общие издержки). Иными словами, $MC_1 = MC_2$, то есть $2q_1 = 4$ и $q_1 = 2$. Итак, если используются обе технологии, то по первой из них производится 2 единицы, а по второй производится $Q - 2$ единиц. Общие издержки равны $TC_M(Q) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4Q = 4Q - 4$. Ясно, что эти ответы верны только при $Q \geq 2$, при меньших значениях Q нужно всё производить по первой технологии (там предельные издержки каждой из первых двух единиц меньше, чем предельные издержки на любую единицу по второй технологии). Получаем функцию общих затрат:

$$TC_M(Q) = \begin{cases} Q^2, & \text{если } Q < 2; \\ 4Q - 4, & \text{если } Q \geq 2. \end{cases}$$

За нахождение издержек можно было получить максимум 6 баллов, причем (баллы указаны кумулятивно):

- **2 балла** ставилось за указание того, что до двух единиц производится на 1-м заводе, а все последующие – на втором (при этом снимается один балл, если участник забыл описать случай, в котором общий объем производства меньше 2).
- **3 балла** ставилось за верную запись MC без нахождения TC (или ошибку в формуле TC).
- **6 баллов** ставилось за верное нахождение формулы TC (и при этом безошибочное выполнение предыдущих шагов).

Теперь перейдем к максимизации прибыли с учетом спроса. Если фирма хочет продавать q_1 единиц продукции на первом рынке и q_2 единиц на втором рынке, то ее общая прибыль составит:

$$\begin{aligned} \pi_M(q_1, q_2) &= p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 - TC(q_1 + q_2) = \\ &= (64 - q_1)q_1 + (12 - q_2)q_2 - \begin{cases} (q_1 + q_2)^2, & \text{если } q_1 + q_2 < 2; \\ 4(q_1 + q_2) - 4, & \text{если } q_1 + q_2 \geq 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Объединенная фирма будет продавать больше 2 единиц продукции — даже на любом из рынков по отдельности предельный доход от второй единицы существенно выше предельных издержек ($MR_1(2) = 60$; $MR_2(2) = 8$, $MC(2) = 4$). Значит, функцию прибыли можно переписать как

$$\begin{aligned}\pi_M(q_1, q_2) &= (64 - q_1)q_1 + (12 - q_2)q_2 - 4(q_1 + q_2) - 4 = \\ &= \underbrace{(60q_1 - q_1^2)}_{\text{функция от } q_1} + \underbrace{(8q_2 - q_2^2)}_{\text{функция от } q_2} - 4.\end{aligned}$$

Мы перегруппировали слагаемые так, чтобы функция представляла собой сумму двух квадратичных функций, графиками которых являются параболы с ветвями вниз (и константы, не влияющей на максимизацию), одна из которых зависит только от q_1 , а другая — только от q_2 ¹. Максимизируя слагаемое в первых скобках по q_1 , мы тем самым максимизируем *всю функцию прибыли* по q_1 — ведь выражение во вторых скобках от q_1 не зависит. Аналогично, чтобы выбрать значение q_2 , оптимальное для всей функции прибыли, достаточно максимизировать выражение во вторых скобках. Вершины обеих парабол легко найти: $q_1^* = 30$, $q_2^* = 4$, соответствующие цены: $p_1^* = 34$, $p_2^* = 8$. Максимальное значение прибыли равно $\pi_M^* = (60 \cdot 30 - 30^2) + (8 \cdot 4 - 4^2) + 4 = 30^2 + 4^2 + 4 = 920$.

Чтобы узнать, сколько первая фирма будет готова заплатить за объединение, найдем ее изначальную прибыль. Эта задача аналогична задаче, решенной в пункте **а**), только функция спроса издержек имеет вид $q_1 = 64 - p_1$, а функция издержек имеет вид $ТС_1 = q^2$. Максимизация прибыли даст $q_1^* = 16$, $p_1^* = 48$, $\pi_1^* = 512$. После объединения прибыль владельца первой фирмы увеличится на $\pi_M^* - \pi_1^* = 920 - 512 = 408$.

Примечание. Присоединяя к себе фирму из Донского Леса, фирма из Чайки получает в свое распоряжение новых потребителей и новую технологию. Спрос в Донском Лесу небольшой, поэтому новые потребители не очень сильно увеличивают прибыль. Гораздо ценнее для первой фирмы технология, которую она получает при объединении: предельные издержки на больших объемах выпуска там гораздо ниже, чем при технологии, которая раньше использовалась в Чайке, и это позволяет фирме существенно нарастить q_1 (с 16 до объединения до 30 после). Объединение фирм повышает эффективность: общая прибыль растет, потребители в Донском Лесу не чувствуют изменений, а потребители в Чайке оказываются в лучшем положении, так как цена для них снижается.

Оценивание этой части решения проводилось по следующим критериям:

- **2 балла** за корректный разбор случая, когда суммарный объем производства меньше 2, и объяснение, почему оптимум не на этом промежутке
- При разборе случая, когда суммарный выпуск больше 2:

– **1 балл** за верную запись функции прибыли

¹Функции нескольких переменных, которые можно представить в виде суммы функций, каждая из которых зависит только от своей переменной, называют *аддитивно-сепарабельными*.

- **2+2 балла** за нахождение q_1^* и q_2^* (из них **по одному баллу снимается**, если не проверено, что найден именно максимум)
- **1 балл** за подсчет прибыли Чайки до объединения (этот балл ставился, только если участник предпринимал попытки использовать полученный результат при ответе на вопрос пункта б)
- **1 балл** за идею о том, что искомая сумма – разница двух максимальных прибылей
- **1 балл** за верный ответ

Независимо от способа решения в работе участника для всех оптимизационных задач должно быть проверено *достаточное условие максимума*, т. е. должна быть ссылка на то, что у параболы ветви вниз, или что π' меняет знак с плюса на минус, или что π'' отрицательна, или что MR убывает, а MC постоянны.

Важное замечание. В процессе проверки было встречено много работ, в которых участники в пункте б получали суммарный спрос, а затем сравнивали предельные издержки с предельной выручкой от работы на этом суммарном спросе. В таких работах положительным числом баллов мог оцениваться только вывод функции издержек, так как дальнейшие рассуждения были идеологически неверными: сложение спросов предполагает, что товары продаются по одинаковым ценам на всех рынках, что противоречит условию данной задачи.

Кроме того, в некоторых решениях участники приравнивали предельные выручки на каждом отдельном рынке к общим предельным издержкам, что тоже неверно. Несмотря на то, что в данном случае такой подход приводил к верному ответу, в целом он не является правильным (можно легко привести функцию общих издержек, для которой такое решение даст неверный результат), поэтому такие работы в пункте б также могли получить баллы только за вывод функции издержек.

Авторы нескольких работ посчитали, что в данной задаче рассматривается дискретный товар, хотя в условии это не оговорено. В таком случае каждая часть решения, использующая это предположение, оценивалась не более чем половиной от максимального количества баллов.

Задание 5. «Торговля и инфраструктура»

Для выхода на мировой рынок существуют квазипостоянные издержки в виде 10 единиц труда на строительство транспортной инфраструктуры, поэтому стране может быть выгодно как участие в международной торговле, так и неучастие. Найдём все доступные комбинации двух товаров в случае выхода и невыхода на мировой рынок и объединим два этих множества.

Если страна не участвует в международной торговле, то кривая производственных возможностей выглядит следующим образом (x — количество иксов, y — количество игреков, L_i — количество труда, затраченного на производство i -го товара):

$$L_x = 2x, L_y = 2y, L = 100$$

$$2x + 2y = 100$$

$$y = 50 - x$$

Если страна участвует в международной торговле, то каждая единица икса или игрека может быть получена двумя способами — непосредственно произведена внутри страны с помощью труда или приобретена на мировом рынке; в последнем случае надо произвести необходимое количество другого товара, доставить его на рынок, обменять на нужный товар, затем привезти этот товар обратно в страну.

При международной торговле количество иксов и игреков, участвующих в сделке на мировом рынке, будет относиться как 2:1 (за один игрек дают два икса), так как по условию игреки вдвое дороже иксов.

Запишем выраженные в труде издержки производства иксов и игреков.

Если иксы производятся внутри страны, то необходимое для производства x иксов количество труда по условию составит $L_x = 2x$. Если иксы покупаются на рынке, то необходимое для покупки x иксов количество труда составит $L_x = 2y + 0,2x + 0,6y = 2 \cdot 0,5x + 0,2x + 0,6 \cdot 0,5x = 1,5x$. Отсюда следует, что страна не будет производить иксы, все иксы будут импортироваться.

Можно убедиться, что игреки будут производиться внутри страны: необходимое для производства y игреков количество труда по условию составит $L_y = 2y$, в то время как если бы игреки покупались на рынке, то необходимое для покупки y игреков количество труда составило бы $L_y = 2x + 0,2x + 0,6y = 2 \cdot 2y + 0,2 \cdot 2y + 0,6y = 5y$. Отсюда, в свою очередь, следует, что страна не будет импортировать игреки, все игреки будут производиться внутри. Также это следует из того, что альтернативные издержки производства игреков внутри страны составляют один икс, а цена игрека на мировом рынке — два икса.

Таким образом, если страна принимает участие в международной торговле, то кривая торговых возможностей задаётся следующим уравнением:

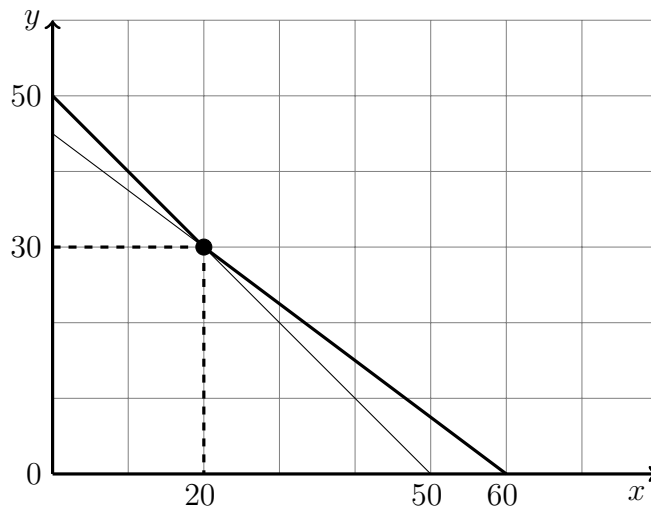
$$L_x = 1,5x, L_y = 2y, L = 100 - 10 = 90$$

$$1,5x + 2y = 90$$

$$y = 45 - 0,75x$$

Страна будет участником международной торговли, если $45 - 0,75x \geq 50 - x$, то есть $0,25x \geq 5, x \geq 20$. Соответственно, при $x < 20$ страна не будет участвовать в торговле. Поэтому множество торговых возможностей страны ограничивается ломаной линией:

$$y = \begin{cases} 50 - x, & 0 \leq x < 20 \\ 45 - 0,75x, & 20 \leq x \leq 60 \end{cases}$$



Критерии проверки:

- **2 балла** можно было получить за полученное уравнение КПВ в случае отсутствия торговли. Также эти 2 балла ставились, если есть график, из которого видно уравнение КПВ. Обратите внимание, что график должен быть подписан, точки $(0, 50)$ и $(50, 0)$ должны быть отмечены. В противном случае этот пункт мог быть оценён одним баллом или нулём баллов, даже если график имеется, но нет никаких пояснений, откуда он взялся.
- За понимание процесса торговли в условиях затрат на транспортировку торгуемых товаров ставилось **2 балла**. Также эти 2 балла можно было получить, если это рассуждение верно используется в дальнейшем решении (в функции издержек для x), но чётко не было прописано.
- За соотношение $x = 2y$ можно было получить **1 балл**. За переписанное условие соотношения цен этот балл не ставился.
- **4 балла** ставилось, если участник записывает, что иксы импортируются, а игреки экспортируются, и объясняет почему. Объяснить можно, например, как это сделано в данном решении или сравнив альтернативные издержки производства

иксов и игреков внутри страны и соответственно их стоимость на мировом рынке. Баллы за этот пункт снижались, если объяснение было неполным (например, сказано только про стоимость на мировом рынке и нет рассуждения про АИ или наоборот).

- **4 балла** ставилось за выраженные в труде издержки на иксы и игреки при торговле.
- Получено верное уравнение для части графика, соответствующей выходу на мировой рынок $= 45 - 0,75x$ — **2 балла**.
- Найдена точка излома — **1 балл**.
- Ответ в виде кусочно-заданной функции — **2 балла**
- Верно построенный график — **2 балла**
- Если в работе были части, противоречащие друг другу, то за критерий, которому соответствовали противоречащие рассуждения, ставилось 0 баллов. Если рассуждения в какой-то момент становились неверными или обрывались и из них логически не следовал ответ, баллы за ответ в таком случае не ставились, даже если ответ был получен.
- Ошибочно было полагать, что в случае участия в международной торговле страна несёт издержки в размере $10 + 0,2x + 0,6y$ для всех иксов и игреков — на самом деле, транспортные издержки зависят от количества икса и игрека, участвовавших в обмене на мировом рынке; если же единица какого-либо товара была произведена внутри страны и осталась внутри страны для потребления, то такая единица, очевидно, не увеличивает транспортные издержки. Такая интерпретация условия приводила к серьёзной потере баллов.
- «Входной барьер» в виде 10 единиц труда, необходимый для создания транспортной инфраструктуры, подразумевает, что эти 10 единиц труда должны быть потрачены один раз, а не дважды (действительно, по одной и той же дороге можно возить продукцию в любую сторону). Если участник олимпиады по ошибке полагал, что для экспорта и для импорта нужно два раза построить разную инфраструктуру и, соответственно, дважды понести издержки 10 единиц труда, то при остальной верной логике такие решения теряли 5 баллов.