

Задача 1.

Полный балл — 6

Сколько целых чисел x удовлетворяют неравенству $|x^2 + 2x| < 2020$?

Задача 2.

Полный балл — 7

В равнобедренном треугольнике ABC одна из сторон видна из центра описанной окружности O под углом 100° . Какое наименьшее значение (в градусах) может принимать угол A этого треугольника?

Задача 3.

Полный балл — 8

При скольких натуральных n , не превосходящих 2021, уравнение $3^{x_1} + 3^{x_2} + \dots + 3^{x_n} = 5$ имеет решение в целых числах?

Задача 4.

Полный балл — 9

Найдите наименьшее значение произведения $(1+x)(1+3y)(1+9z)$, если x, y и z — положительные числа, произведение которых равно 1.

Задача 5.

Полный балл — 10

Дана трапеция с основаниями 90 и 65, боковыми сторонами 20 и 15. Найдите её площадь.

Задача 6.

Полный балл — 10

При скольких положительных значениях a уравнение $a^2x^2 + ax + 1 - 7a^2 = 0$ имеет два различных корня, являющихся целыми числами?

Задача 7.

Полный балл — 11

Внутри выпуклого n -угольника отметили 20 точек и соединили их непересекающимися отрезками между собой и с вершинами многоугольника так, что многоугольник разбился на 30 четырёхугольников (отмеченные точки не лежат на сторонах четырёхугольников). Найдите n .

Задача 8.

Полный балл — 12

Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ диагональ $BD = 6$ является биссектрисой угла ABC . Найдите квадрат площади этого четырёхугольника, если $\angle ABC = 60^\circ$.

Задача 9.

Полный балл — 13

Сколькими способами прямоугольник 3×15 можно разрезать по линиям сетки на 15 прямоугольников 1×3 ? Прямоугольник считается жёстко закреплённым.

Задача 10.

Полный балл — 14

Натуральное число назовём *простецким*, если все его положительные делители разбиваются на пары с суммой, равной простому числу. Сколько простецких чисел в первой сотне?