

## Задача 1.

Полный балл — 6

Какое наименьшее количество различных парабол вида  $y = x^2 + bx + c$  можно начертить на декартовой плоскости так, чтобы у них было ровно 45 различных точек пересечения?

## Задача 2.

Полный балл — 7

На доске написано  $N$  единиц. За один ход можно стереть любое имеющееся на доске число и написать вместо него два новых числа, которые в два раза меньше его. При каком наименьшем  $N$  можно гарантировать, что в наборе в любой момент времени найдётся 100 равных чисел?

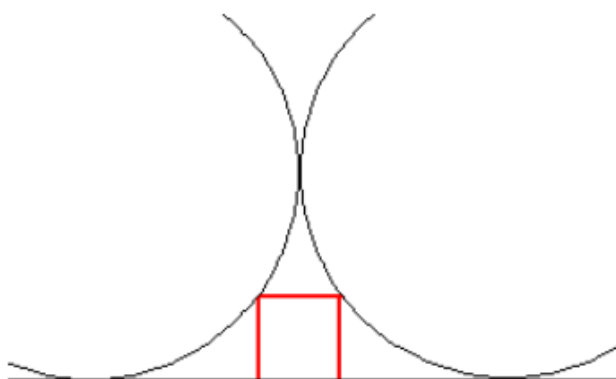
## Задача 3.

Полный балл — 8

В однокруговом турнире участвовали 15 бадминтонистов, причём каждый одержал ровно 7 побед. Сколько в этом турнире будет таких троек бадминтонистов, что во встречах между собой каждый имеет по одной победе?

## Задача 4.

Полный балл — 9



Квадрат площади 4 вписан в криволинейный треугольник, ограниченный дугами двух касающихся внешним образом окружностей радиуса  $R$  и их общей касательной (см. рис.). Найдите  $R$ .

## Задача 5.

Полный балл — 10

Во всех боковых гранях треугольной пирамиды  $ABCS$  ( $SA=1$ ,  $SB=2$ ,  $SC=n$ ) проведены биссектрисы из вершины  $S$ . При каком наименьшем целом  $n$  отношение площади основания  $ABC$  и площади треугольника из оснований проведенных биссектрис будет целым?

**Задача 6.**

Полный балл — 10

При каком натуральном  $n$  наименьшее значение произведения  $(1+x)(1+ny)(1+n^2z)$  равно 1000000, если  $x$ ,  $y$  и  $z$  – положительные числа, произведение которых равно 1?

**Задача 7.**

Полный балл — 11

Найдите коэффициент при  $x^8$  у многочлена, равного  $(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+10)$ .

**Задача 8.**

Полный балл — 12

Найдите наименьшее целочисленное значение параметра  $a$ , при котором функция  $f(x) = 8ax - a \sin 6x - 7x - \sin 5x$  является возрастающей на всей числовой оси и не имеет критических точек?

**Задача 9.**

Полный балл — 13

Найдите квадрат минимальной суммы расстояний до вершин от точки внутри треугольника со сторонами  $2$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{7}$ .

**Задача 10.**

Полный балл — 14

Город имеет форму клетчатого прямоугольника, клетки – кварталы, линии сетки – улицы. В городе есть патрульная машина, которая каждую ночь паркуется на одном и том же перекрестке, а каждый день должна проехать один раз по замкнутому маршруту, непроходящему дважды через одну точку (кроме начальной и конечной) и содержащему ровно 20 правых поворотов. Назовём число *левым*, если именно столько левых поворотов может совершить за день патрульная машина. Найдите сумму всех *левых* чисел.