Межрегиональная олимпиада школьников «Высшая проба»

2014-2015 учебный год

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ ОТБОРОЧНОГО И ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПОВ ОЛИМПИАДЫ, ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
МАТЕМАТИКА

1 Воробей погнался за кузнечиком, находящимся в 30 см от него. Они скачут в одном направлении вдоль прямой. Скачок воробья равен 5 см, скачок кузнечика — 10 см. Воробей делает 5 скачков, в то время как кузнечик делает 2 скачка. Какое расстояние в сантиметрах проскачет воробей к тому моменту, как он поймает кузнечика?

150

2 Большой рак весит на 40% больше маленького. Маленький рак стоит на 40% дешевле большого. Миша купил 5 килограммов маленьких раков. Сколько килограммов больших раков он мог купить за те же деньги? (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

4.2

3 Зачеркните ровно две цифры в числе 214570 так, чтобы получилось число, делящееся на 6. Запишите в ответ полученное число.

1470

4 В треугольнике ABC сторона BC больше стороны CA и $\angle CAB - \angle ABC = 40^\circ$. На стороне BC отметили такую точку D, что $CD = CA$. Найдите величину угла $\angle BAD$ в градусах.

20

5 Компьютерные часы показывают время от 00.00.00 до 23.59.59. Сколько секунд в течение суток на часах отображаются ровно три цифры 8?

72

6 Известно, что $a : b = 1 : 2$ и $b : c = 5 : 2$. Найдите $(b - c) : (a - b)$. (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

-1.2

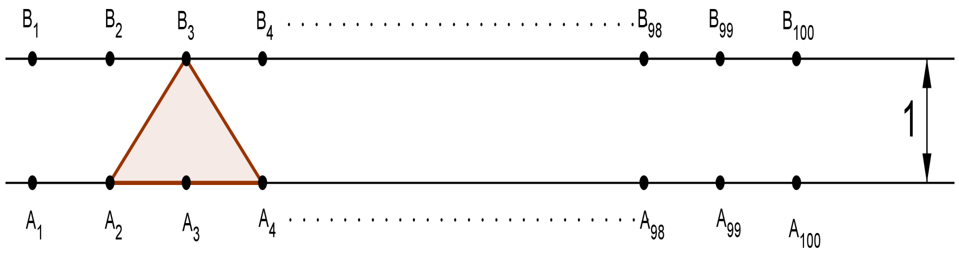
7 Петя при сложении чисел в столбик всегда допускает одну и ту же ошибку: он забывает правило «один в уме», и вместо того, чтобы прибавить единицу к следующему разряду, он вписывает её в само число. Например, при сложении чисел 4826 и 347 у него получается число 411613. Петя сложил два натуральных числа, и получил в ответе 111199112119118. Какое наименьшее число у него могло получиться, если бы он сложил правильно?

12199231928

8 В строку выписали числа от 1 до 10 в каком-то порядке и получили числа $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{10}$. Затем вычислили суммы $S_1 = a_1$, $S_2 = a_1 + a_2$, $S_3 = a_1 + a_2 + a_3, \ldots, S_{10} = a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$. Какое наибольшее количество простых чисел могло оказаться среди чисел $S_1, \ldots, S_{10}$?

7

9 Даны две параллельные прямые k и l, расстояние между которыми равно 1. На прямой k отмечены 100 различных точек $A_1, A_2, \dots A_{100}$ так, что расстояние между A_i и A_{i+1} равно 1. На второй прямой отмечены 100 точек $B_1, B_2, \dots B_{100}$ так, что каждый отрезок A_iB_i перпендикулярен прямым k, l (см. рисунок). Найти количество всех возможных равнобедренных треугольников с вершинами в отмеченных точках (на рисунке показан один из треугольников).



5296

10 Известно, что при некотором x оба числа $x + \sqrt{2}$ и $x^2 + \sqrt{2}$ являются рациональными. Найдите значение наибольшего из этих двух чисел. (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)
2.25