



**Межрегиональная олимпиада школьников
«Высшая проба»**

2014-2015 учебный год

**МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ ОТБОРОЧНОГО И
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПОВ ОЛИМПИАДЫ,
ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА**

**ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
МАТЕМАТИКА**

1 Большой рак весит на 40% больше маленького. Маленький рак стоит на 40% дешевле большого. Миша купил 5 килограммов маленьких раков. Сколько килограммов больших раков он мог купить за те же деньги? (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

4.2

2 Найдите наименьшее целое число x , удовлетворяющее неравенству

$$x \geq \frac{2015}{x}.$$

-44

3 Компьютерные часы показывают время от 00.00.00 до 23.59.59. Сколько секунд в течение суток на табло часов горит ровно пять цифр 0?

39

4 Найдите наименьшее возможное значение выражения $4x + y^2 + z^2$, если x, y, z — произвольные действительные числа с единственным ограничением $x + y + z = 1$. (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

-4

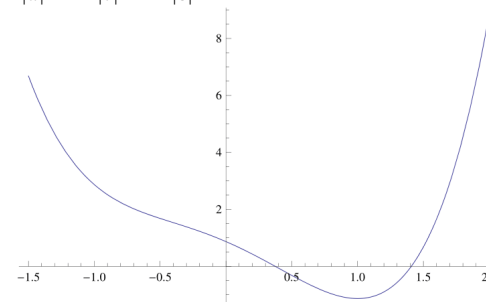
5 Петя при сложении чисел в столбик всегда допускает одну и ту же ошибку: он забывает правило «один в уме», и вместо того, чтобы прибавить единицу к следующему разряду, он вписывает её в само число. Например, при сложении чисел 4826 и 347 у него получается число 411613. Петя сложил два натуральных числа, и получил в ответе 1811192113401. Какое наименьшее число у него могло получиться, если бы он сложил числа правильно?

18219223401

6 Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB . Окружность радиуса 39 касается стороны AB и продолжений двух других сторон. Окружность радиуса 15 касается стороны BC и продолжений двух других сторон. Найдите длину стороны AC .

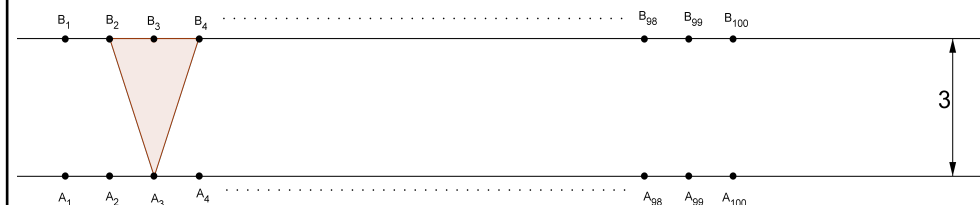
24

7 Дан график функции $y = ax^4 - x^2 + bx + c$. Найдите значение выражения $\frac{a}{|a|} + 2\frac{b}{|b|} + 4\frac{c}{|c|}$.



3

8 Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 3. На одной прямой отмечены 100 различных точек A_1, A_2, \dots, A_{100} так, что расстояние между A_i и A_{i+1} равно 1 для каждого $1 \leq i \leq 99$. На другой прямой отмечены 100 точек B_1, B_2, \dots, B_{100} так, что отрезок $A_i B_i$ перпендикулярен обеим прямым для каждого $1 \leq i \leq 100$ (см. рисунок). Сколько существует *остроугольных равнобедренных* треугольников с вершинами в отмеченных точках? (На рисунке показан один из таких треугольников)



768

9 Углы некоторого треугольника равны α, β, γ . Оказалось, что

$$\frac{\sin^2 \beta + \sin^2 \gamma - \sin^2 \alpha}{\sin \beta \sin \gamma} = \frac{\sqrt{91}}{5}.$$

Найти $\sin \alpha$. (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

0.3

10

Дана бесконечная арифметическая прогрессия a_1, a_2, a_3, \dots , в которой $a_1 = 1$, $a_2 = 2015^2$. Назовём натуральное число *плохим*, если оно взаимно просто с каждым членом этой прогрессии. Найти количество плохих натуральных чисел на отрезке $[40, 60]$.

7