

11 класс

М11.1 Найдите пять различных натуральных чисел, ни одно из которых не делится ни на 2, ни на 3, ни на 4, ни на 5, но сумма любых двух делится на 2, сумма любых трех делится на 3, сумма любых четырех делится на 4, а сумма всех пяти делится на 5.

М11.2 Пусть x, y, z — действительные числа такие, что все три числа $2x + 5y, 2y + 5z, 2z + 5x$ — рациональные. Докажите, что x, y, z — также рациональны.

М11.3 Пусть $y = k_1x + b_1, y = k_2x + b_2, y = k_3x + b_3$ — уравнения трех касательных к параболе $y = x^2$. Докажите, что если $k_3 = k_1 + k_2$, то $b_3 \geq 2(b_1 + b_2)$.

М11.4 Точки M и N делят ребро SA пирамиды $SABC$ на три равные части ($SM = MN = NA$). Какой наибольший объем может иметь пирамида, если длины отрезков SA, BN и CM равны соответственно a, b и c ?

М11.5 В магазине продается 7 разных чашек и 7 разных блюдец. Покупатель хочет купить одинаковое количество чашек и блюдец (например, по три). Сколькими способами он может это сделать?