

1.2.3 Задания для 9 класса

(приведен один из вариантов заданий)

Задача 1. (1 балл)

Сколько различных слов можно составить, вычеркнув две соседние буквы из слова АААРРРД-ВВВАААААРРКККК?

Задача 2. (2 балла)

У натурального числа 30 различных делителей (включая единицу и само число). Какое наименьшее количество делителей может быть у его квадрата?

Задача 3. (2 балла)

Дан параллелограмм $ABCD$ со сторонами $AB = 17$ и $BC = 12$. Найдите расстояние между точкой пересечения биссектрис углов A и B и точкой пересечения биссектрис углов C и D .

Задача 4. (3 балла)

Четырёхзначные числа a и b таковы, что $a = 2b$ и все восемь цифр, входящие в эти два числа, различны. Какое наибольшее значение может принимать число b ?

Задача 5. (3 балла)

На плоскости проведены восемь прямых, никакие две из которых не параллельны, и никакие три не пересекаются в одной точке, и отмечены все возможные точки их пересечения.

Сколькими способами можно провести прямую, не совпадающую ни с одной из уже имеющихся, через две отмеченные точки?

(Укажите наибольшее возможное число)

Задача 6. (3 балла)

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром $AC = 65$. Также известно, что $BC = 39$, $AD = 25$. Найдите расстояние между основаниями перпендикуляров, опущенных из B и D на AC .

Ответ запишите в виде неправильной дроби, не округляйте.

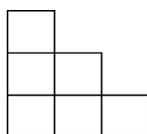
Задача 7. (4 балла)

Натуральные числа a и b таковы, что $\text{НОД}(a^2, b) + \text{НОД}(b^2, a) = 10 \cdot \text{НОД}(a, b)$.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел a и b ?

Задача 8. (4 балла)

У Вали есть краски пяти цветов. Сколькими способами она может раскрасить клетчатую фигуру на рисунке так, чтобы клетки, имеющие общую точку или отрезок, были покрашены в разные цвета? Все краски использовать не обязательно.



Задача 9. (4 балла)

График квадратного трёхчлена $f(x)$ со старшим коэффициентом -1 имеет ровно одну общую точку с графиками трёхчленов $x^2 - 8x + 16$ и $x^2 + 8x + 16$. Найдите наибольшее значение $f(x)$.

Задача 10. (4 балла)

Система уравнений

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений. Известно, что a, b, c, d и e — это числа 4, 6, 8, 10 и 12 в каком-то порядке (каждое по одному разу). Найдите f , если известно, что оно целое. Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания или убывания через точку с запятой.