

1.2.2 Задания для 10 класса

(приведен один из вариантов заданий)

Задача 1. (2 балла)

Сумма первых шести членов геометрической прогрессии с отрицательным знаменателем ровно в 702 раза больше суммы следующих трёх членов. Найдите этот знаменатель.

Ответ укажите в виде правильной дроби.

Задача 2. (2 балла)

У натурального числа 30 различных делителей (включая единицу и само число). Какое наименьшее количество делителей может быть у его квадрата?

Задача 3. (3 балла)

На боковой стороне AB трапеции $ABCD$ взяли точки K и M , а на стороне BC — точки L и N так, что отрезки KL и MN разделили исходную трапецию на три попарно подобных. Средняя линия исходной трапеции имеет длину 76, а средняя линия трапеции $KLMN$ имеет длину 60. Найдите длину большего из оснований трапеции $ABCD$.

Задача 4. (3 балла)

Вася нарисовал на плоскости прямоугольник с вершинами в точках с координатами $(0; 0)$, $(0; 15)$, $(20; 15)$ и $(20; 0)$ и точку $A = (8; 9)$. После этого он отметил все векторы, идущие из точки A ко всем целым точкам прямоугольника (как находящимся внутри, так и на границе) и вычислил их сумму. Найдите длину этой суммы.

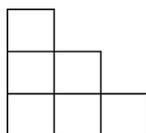
Задача 5. (3 балла)

Натуральные числа a и b таковы, что $\text{НОД}(a^2, b) + \text{НОД}(b^2, a) = 10 \cdot \text{НОД}(a, b)$.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел a и b ?

Задача 6. (3 балла)

У Вали есть краски пяти цветов. Сколькими способами она может раскрасить клетчатую фигуру на рисунке так, чтобы клетки, имеющие общую точку или отрезок, были покрашены в разные цвета? Все краски использовать не обязательно.



Задача 7. (3 балла)

Функция $f(x)$, определённая на множестве положительных чисел, удовлетворяет равенству $f(x) + f(y) = \frac{4f(xy)}{f(x+y)}$. Найдите $f(2)$.

Задача 8. (3 балла)

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром $AC = 65$. Также известно, что $BC = 39$, $AD = 25$. Найдите расстояние между основаниями перпендикуляров, опущенных из B и D на AC .

Ответ запишите в виде неправильной дроби, не округляйте.

Задача 9. (3 балла)

График квадратного трёхчлена $f(x)$ со старшим коэффициентом -1 имеет ровно одну общую точку с графиками трёхчленов $x^2 - 8x + 16$ и $x^2 + 8x + 16$. Найдите наибольшее значение $f(x)$.

Задача 10. (5 баллов)

Среди значений многочлена третьей степени при $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$ только числа 2 и 3. Какое наибольшее значение может принимать этот многочлен при $x = 5$?