

### 1.1.2 Задания для 10 класса

(приведен один из вариантов заданий)

#### Задача 1. (2 балла)

У многочлена  $P(x^2)$  17 различных корней (без учёта кратности). Верно ли, что  $P(0) = 0$ ?

#### Задача 2. (2 балла)

$\sin x \sin 3x = \frac{5}{16}$ . Найдите  $\cos x \cos 3x$ .

Если возможных ответов несколько, запишите их через точку с запятой.

#### Задача 3. (3 балла)

Последовательность задана формулой  $x_{n+3} = 2x_{n+2} + x_{n+1} - 2x_n$ . Кроме того известно, что  $x_0 = 0$ ,  $x_2 = 1$ . Найдите  $x_{100}$

#### Задача 4. (3 балла)

Петя написал на доске число 11234567, а затем все числа, получающиеся из него перестановкой цифр, в порядке возрастания. Каким по счёту оказалось написано число 46753211?

#### Задача 5. (3 балла)

Окружности  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$  находятся внутри окружности  $O_4$  радиуса 6, касаясь её внутренним образом, а друг друга внешним. При этом окружности  $O_1$  и  $O_2$  проходят через центр окружности  $O_4$ . Найдите радиус окружности  $O_3$ .

#### Задача 6. (4 балла)

Обозначим за  $\sigma(n)$  сумму всех делителей числа  $n$  (включая само число). Для каких  $n$  выполняется неравенство  $\sigma(8n) > \sigma(9n)$ ?

#### Задача 7. (4 балла)

В таблице  $7 \times 7$  какие-то клетки чёрные, а остальные — белые. В каждой белой клетке написали суммарное количество чёрных, находящихся с ней на одной горизонтали или вертикали; в чёрных клетках ничего не написано. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

#### Задача 8. (4 балла)

На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$  соответственно такие, что

- (1) ни одна из них не является серединой стороны;
- (2) прямые  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в одной точке;
- (3) перпендикуляры, восстановленные к сторонам треугольника в точках  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$ , также пересекаются в одной точке;
- (4) сумма отрезков  $AB_1$ ,  $BC_1$  и  $CA_1$  равна полупериметру треугольника  $ABC$ .

Докажите, что  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  либо точки касания вписанной окружности треугольника  $ABC$ , либо точки касания внеписанных окружностей треугольника  $ABC$  с его сторонами.