

1.3.2 Задания для 10 класса

(приведен один из вариантов заданий)

Задача 1. (2 балла)

Функция $f(x)$, определённая на всей вещественной оси, такова, что $f(3x) = 3f(x + 1)$ и $f(2) = 1$. Найдите $f(1095)$.

Ответ: 2187

Задача 2. (2 балла)

$\{a_n\}$ и $\{b_n\}$ — целочисленные возрастающие арифметические прогрессии, такие что $a_1 + a_2 + \dots + a_7 = b_1 + b_2 + \dots + b_5 = 350$. Какое наименьшее значение может принимать число $b_5 - a_1$?

Ответ: 25

Задача 3. (3 балла)

В Таинственной Стране 8 городов. Некоторые города соединены двусторонними авиалиниями. Оказалось, что есть два города, между которыми нельзя добраться ни напрямую, ни с одной пересадкой. Какое наибольшее число авиалиний может быть в стране?

Ответ: 21

Задача 4. (3 балла)

Окружности с центрами в точках A и B и радиусами 10 и 9 пересекаются в точках C и D . CE диаметр первой окружности, F — точка на прямой CD такая, что FE и FG — касательные к первой и второй окружностям соответственно. $AB = 8 + \text{Math.sqrt}(45)$. Найдите площадь треугольника FBG .

Ответ: 120

Задача 5. (3 балла)

$P(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами, $P(1) = 2$, $P(2) = 1$. Какое наименьшее положительное значение может принимать $P(6)$?

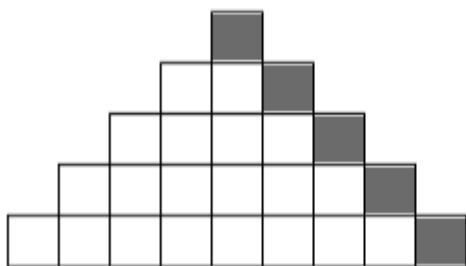
Ответ: 17

Задача 6. (3 балла)

Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $a^2 - b^2 - a - b = 6000$? **Ответ:** 8

Задача 7. (3 балла)

Фишка находится в левой нижней клетке клетчатой фигуры, изображённой на рисунке. Сколькими способами она может добраться до закрашенной диагонали, двигаясь только вправо или вверх?



Задача 8. (3 балла)

Приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ имеет единственный корень 1. Приведённый квадратный трёхчлен $g(x)$ имеет единственный корень 7. Приведённый квадратный трёхчлен $h(x)$ также имеет единственный корень. Какое наименьшее значение может принимать трёхчлен $f(x) + g(x) + h(x)$?

Ответ: 18

Задача 9. (3 балла)

На декартовой плоскости нарисован квадрат 13×13 с вершинами в целых точках (не обязательно по клеточкам). Сколько целых точек может быть внутри (не включая точки на границе) этого квадрата? Если возможных ответов несколько, перечислите все варианты через запятую.

Ответ: 168, 144 || 144, 168

Задача 10. (5 баллов)

Окружности O_1 и O_2 с радиусами 8 и 10 касаются в точке A . Обе они находятся внутри окружности O_3 и касаются её в точках B и C соответственно. Прямая AC вторично пересекает окружность O_3 в точке D , а окружность O_1 — в точке E . Наконец прямая AB вторично пересекает окружность O_3 в точке F . При этом $AB \approx 14,46203052$, $AC \approx 17,21325932$.

Найдите длину отрезка DE .

Ответ: 12,04928152