

1.2.3 Задания для 9 класса

Ниже приведен один из вариантов заданий.

Задача 1. (2 балла)

1. Все звенья десятизвенной ломаной $A_0A_1 \dots A_{10}$ имеют целочисленную длину, длина всей ломаной составляет 100. Найдите наибольшую возможную длину ломаной $A_0A_2A_3A_5A_7A_{10}$ если её звенья также целочисленны.

Задача 2. (3 балла)

1. Натуральные числа a и b таковы, что $\text{НОК}(a, b) + \text{НОД}(a, b) = 4(a + b)$. Найдите наименьшее возможное значение числа a .

Задача 3. (3 балла)

1. Из числа, записанного на доске, вычитают его наибольшую цифру, после чего получившуюся разность записывают на доску вместо исходного числа. После 11 таких операций на доске оказалось число 9. Какое наибольшее число могло быть записано изначально?

Задача 4. (3 балла)

1. По шоссе, представляющему из себя окружность, провели заезд 10 машин. Каждая из машин ехала с постоянной скоростью. Первая машина проехала ровно 11 кругов, вторая — ровно 12, и так далее, последняя — ровно 20. Каждая следующая машина проехала на один круг больше предыдущей. Стартовали и финишировали все машины одновременно в одной и той же точке.

К каждой точке, хотя бы один раз произошёл обгон, поставили флажок. Сколько всего получилось флажков?

Задача 5. (3 балла)

1. В некоторой стране 10 городов. Некоторые города были соединены двусторонние авиарейсами, не больше одного рейса между каждыми двумя городами. Из-за пандемии часть авиарейсов закрыли. После этого страна оказалась разделена на 6 частей, между которыми не существует авиарейсов. Какое наибольшее число рейсов могло остаться?

Задача 6. (3 балла) 1. График приведённого квадратного трёхчлена $f(x)$ касается прямой $y = 2x$ (то есть имеет с ней единственную общую точку). Кроме того, этот трёхчлен имеет единственный корень. Найдите этот корень.

Задача 7. (3 балла)

1. Числа $p \leq q \leq r$ простые, и число $s = 3p^4 + 5q^4 + 7r^4$ тоже простое. Найдите s . Если возможных ответов несколько, запишите их в порядке возрастания через запятую.

Задача 8. (3 балла)

1. В окружности проведены три хорды: AD , BE , CF . Хорды AD и BE пересекаются в точке X , AD и CF в точке Y , BE и CF в точке Z . $XA = 6$, $XB = 9$, $YC = 48$, $YD = 60$, $ZE = 30$, $ZF = 15$. Треугольник XYZ равносторонний. Найдите его сторону.

Задача 9. (4 балла)

1. На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно. Отрезки AF и DE пересекаются в точке M , а отрезки BF и CE в точке N . $S_{AME} = 49$, $S_{ENB} = 1$, $S_{EMFN} = 40$. Найдите S_{CNB} .

Задача 10. (5 баллов)

1. У Вани есть шесть красок. Сколькими способами он может раскрасить вершины куба каждую в свой цвет, если одной грани могут быть вершины максимум двух различных цветов? Все цвета использовать не обязательно, раскраски, отличающиеся поворотом или симметрией считаются разными.