

1.1.4 Задания для 8 класса

Ниже приведен один из вариантов заданий.

Задача 1. (2 балла)

Петя придумал приведённое квадратное уравнение $x^2 + px + q$, корнями которого являются числа x_1 и x_2 . Он сообщил Васе три из четырёх чисел p, q, x_1, x_2 , не указав, где какое. Это оказались числа 1, 2, -6. Каким было четвертое число?

Задача 2. (2 балла)

Докажите, что уравнение $16^x + 21^y + 26^z = t^2$ не имеет решений в натуральных числах.

Задача 3. (3 балла)

Можно ли разбить квадрат на 14 равновеликих треугольников, с общей вершиной O и остальными вершинами на границе квадрата?

Задача 4. (3 балла)

По круговой трассе с равными постоянными скоростями движутся три бегуна. Когда два бегуна встречаются друг друга, они мгновенно разворачиваются и начинают бежать в противоположные стороны.

В какой-то момент первый бегун встретился со вторым. Через 20 минут второй бегун впервые встретился с третьим. Ещё через полчаса третий бегун впервые встретился с первым.

За сколько минут один бегун пробегает всю трассу?

Задача 5. (3 балла)

В равнобедренной трапеции $ABCD$ биссектрисы углов B и C пересекаются на основании AD . $AB = 50, BC = 128$. Найдите площадь трапеции.

Задача 6. (3 балла)

Натуральные числа x, y, z таковы, что $\text{НОД}(\text{НОК}(x, y), z) \cdot \text{НОК}(\text{НОД}(x, y), z) = 1400$.

Какое наибольшее значение может принимать $\text{НОД}(\text{НОК}(x, y), z)$?

Задача 7. (3 балла)

На острове живут вегетарианцы, которые всегда говорят правду, и каннибалы, которые всегда лгут. 50 жителей острова, среди которых есть как женщины, так и мужчины, собрались у костра. Каждый из них произнёс либо “Все мужчины у этого костра — каннибалы”, либо “Все женщины у этого костра — вегетарианки”, причём обе фразы прозвучали. Какое наибольшее число вегетарианок могло быть у костра?

Задача 8. (5 баллов)

Можно ли в прямоугольной таблице 8×8 расставить натуральные числа от 1 до 64 (каждое — по одному разу) так, чтобы в каждом прямоугольнике 1×3 (вертикальном или горизонтальном) сумма чисел была чётной?