

### 1.2.2 Задания для 10 класса

Ниже приведен один из вариантов заданий.

**Задача 1. (2 балла)** График приведённого квадратного трёхчлена  $f(x)$  касается прямой  $y = 2x$  (то есть имеет с ней единственную общую точку). Кроме того, этот трёхчлен имеет единственный корень. Найдите этот корень.

**Задача 2. (2 балла)**

$P(x)$  — многочлен с целыми коэффициентами.  $P(2) = -11$ . Найдите наименьшее возможное положительное значение  $P(9)$ .

**Задача 3. (3 балла)**

Числа  $p \leq q \leq r$  простые, и число  $s = 3p^4 + 5q^4 + 7r^4$  тоже простое. Найдите  $s$ . Если возможных ответов несколько, запишите их в порядке возрастания через запятую.

**Задача 4. (3 балла)**

На плоскости отметили 5 векторов, координаты которых — различные целые положительные числа. Затем посчитали все их попарные скалярные произведения, всего 10 штук. Какое наименьшее значение может принимать сумма всех этих скалярных произведений?

**Задача 5. (3 балла)**

Последовательность  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$  с начальным членом  $a_0 = 1$  удовлетворяет следующему условию: для каждого натурального  $n$  сумма членов с номерами меньшими  $\frac{n}{2}$  равна сумме членов с номерами не меньшими  $\frac{n}{2}$ , но не превосходящими  $n$ . На каком месте в этой последовательности находится число 2048?

**Задача 6. (3 балла)**

В окружности проведены три хорды:  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$ . Хорды  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $X$ ,  $AD$  и  $CF$  в точке  $Y$ ,  $BE$  и  $CF$  в точке  $Z$ .  $XA = 6$ ,  $XB = 9$ ,  $YC = 48$ ,  $YD = 60$ ,  $ZE = 30$ ,  $ZF = 15$ . Треугольник  $XYZ$  равносторонний. Найдите его сторону.

**Задача 7. (4 балла)**

Дана дробно-линейная функция  $f(x)$  не равная константе. Известно, что равенство  $f(f(x)) = \frac{6}{f(x)}$  справедливо для всех  $x$ , для которых обе части определены. Найдите  $f(3)$ .

**Задача 8. (4 балла)** В бесконечной геометрической прогрессии первые пять членов — натуральные числа, а остальные — нет. Кроме того, среди членов прогрессии нет натуральных чисел, меньших 20. Какое наименьшее значение может принимать первый член прогрессии?

**Задача 9. (4 балла)**

На сторонах  $AB$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  отмечены точки  $E$  и  $F$  соответственно. Отрезки  $AF$  и  $DE$  пересекаются в точке  $M$ , а отрезки  $BF$  и  $CE$  в точке  $N$ .  $S_{AME} = 49$ ,  $S_{ENB} = 1$ ,  $S_{EMFN} = 40$ . Найдите  $S_{CNB}$ .

**Задача 10. (5 баллов)**

У Вани есть шесть красок. Сколькими способами он может раскрасить вершины куба каждую в свой цвет, если одной грани могут быть вершины максимум двух различных цветов? Все цвета использовать не обязательно, раскраски, отличающиеся поворотом или симметрией считаются разными.