1.3.3 Задания для 9 класса

Ниже приведен один из вариантов заданий.

Задача 1. (2 балла)

1. Обозначим за $S(n)$ сумму цифр числа n. Найдите наибольшее трёхзначное число n такое, что существует другое трёхзначное число m такое, что $S(n) + n = S(m) + m$.

Ответ: 908

Задача 2. (2 балла)

1. В приведённом квадратном уравнении $x^2 + px + q$ коэффициенты отличаются на 4. Корни этого уравнения также отличаются на 4. Найдите наименьший возможный целый корень этого уравнения.

Ответ: -4

Задача 3. (2 балла)

1. Дан квадрат с вершинами в целых точках, стороны которого параллельны осям координат. Треугольник площади 7, вершины которого также находятся в целых точках, лежит строго внутри квадрата, в частности, вершины треугольника не лежат на границе квадрата. Какое наименьшее значение может принимать сторона квадрата?

Ответ: 6

Задача 4. (3 балла)

1. Коле сообщили НОД и НОК двух чисел. Эти НОД и НОК отличаются в 480 раз. Коля нашёл все возможные пары чисел с такими НОД и НОК. Сколько вариантов у него получилось? (Пары чисел, отличающиеся порядком, мы считаем одинаковыми).

Ответ: 4

Задача 5. (3 балла)

1. У Маши есть 10 красных, 10 синих и одна белая бусинки. Сколькими способами она может составить из них ожерелье так, чтобы в нём было не менее 6 бусинок и бусинки одного цвета не были бы соседними? Ожерелья, отличающиеся поворотом или переворачиванием, считаются одинаковыми.

Ответ: 32

Задача 6. (3 балла)

1. $ABCD$ — равнобокая (или, что то же самое, равнобедренная) трапеция, $AD = 13$, $BC = 7$. Перпендикуляры BH и BK, опущенные из точки B на прямые AD и CD, оказались равны. M — точка пересечения BC и HK. Найдите BM.

Ответ: 4

Задача 7. (3 балла)

1. В клубе собирателей открыток 15 человек, некоторые их них дружат между собой, у каждого есть хотя бы один друг. Каждый из членов клуба взял 60 открыток и разослал их всем своим друзьям, каждому — одинаковое количество. Какое наибольшее число открыток мог получить член клуба от своих друзей?

Ответ: 720

Задача 8. (3 балла)

1. Паша расставляет слонов на доске 8×8. После этого он подсчитывает очки следующим образом: за каждого слона Паша получает 4 очка минус количество других слонов, которые бьёт этот слон. Запас слонов не ограничен.

Какое наибольшее количество очков мог набрать Паша?

Ответ: 60

Задача 9. (4 балла)

1. $ABCD$ — вписанный четырёхугольник. Лучи DA и CB пересекаются в точке M. $AM = 8$, $BM = 6$, $AB = 6$, $AD = 9$. Найдите квадрат диагонали AC.

Ответ: 336

Задача 10. (5 балла)

1. Даны 11 натуральных чисел с суммой 40. Какое наименьшее значение может принимать сумма всех 55 чисел, обратных к их попарным произведениям?

Ответ запишите в виде правильной или неправильной дроби.

Ответ: 276/48