

1.2.3 Задания для 9 класса

Ниже приведен один из вариантов заданий.

Задача 1. (2 балла)

1. Все звенья десятизвенной ломаной $A_0A_1 \dots A_{10}$ имеют целочисленную длину, длина всей ломаной составляет 100. Найдите наибольшую возможную длину ломаной $A_0A_2A_3A_5A_7A_{10}$ если её звенья также целочисленны.

Ответ: 96

Задача 2. (3 балла)

1. Натуральные числа a и b таковы, что $\text{НОК}(a, b) + \text{НОД}(a, b) = 4(a + b)$. Найдите наименьшее возможное значение числа a .

Ответ: 5

Задача 3. (3 балла)

1. Из числа, записанного на доске, вычитают его наибольшую цифру, после чего получившуюся разность записывают на доску вместо исходного числа. После 11 таких операций на доске оказалось число 9. Какое наибольшее число могло быть записано изначально?

Ответ: 65

Задача 4. (3 балла)

1. По шоссе, представляющему из себя окружность, провели заезд 10 машин. Каждая из машин ехала с постоянной скоростью. Первая машина проехала ровно 11 кругов, вторая — ровно 12, и так далее, последняя — ровно 20. Каждая следующая машина проехала на один круг больше предыдущей. Стартовали и финишировали все машины одновременно в одной и той же точке.

К каждой точке, хотя бы один раз произошёл обгон, поставили флажок. Сколько всего получилось флажков?

Ответ: 28

Задача 5. (3 балла)

1. В некоторой стране 10 городов. Некоторые города были соединены двусторонние авиарейсами, не больше одного рейса между каждыми двумя городами. Из-за пандемии часть авиарейсов закрыли. После этого страна оказалась разделена на 6 частей, между которыми не существует авиарейсов. Какое наибольшее число рейсов могло остаться?

Ответ: 10

Задача 6. (3 балла) 1. График приведённого квадратного трёхчлена $f(x)$ касается прямой $y = 2x$ (то есть имеет с ней единственную общую точку). Кроме того, этот трёхчлен имеет единственный корень. Найдите этот корень.

Ответ: $-1/2$

Задача 7. (3 балла)

1. Числа $p \leq q \leq r$ простые, и число $s = 3p^4 + 5q^4 + 7r^4$ тоже простое. Найдите s . Если возможных ответов несколько, запишите их в порядке возрастания через запятую.

Ответ: 5023

Задача 8. (3 балла)

1. В окружности проведены три хорды: AD , BE , CF . Хорды AD и BE пересекаются в точке X , AD и CF в точке Y , BE и CF в точке Z . $XA = 6$, $XB = 9$, $YC = 48$, $YD = 60$, $ZE = 30$, $ZF = 15$. Треугольник XYZ равносторонний. Найдите его сторону.

Ответ: 30

Задача 9. (4 балла)

1. На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно. Отрезки AF и DE пересекаются в точке M , а отрезки BF и CE в точке N . $S_{AME} = 49$, $S_{ENB} = 1$, $S_{EMFN} = 40$. Найдите S_{CNB} .

Ответ: 5

Задача 10. (5 баллов)

1. У Вани есть шесть красок. Сколькими способами он может раскрасить вершины куба каждую в свой цвет, если одной грани могут быть вершины максимум двух различных цветов? Все цвета использовать не обязательно, раскраски, отличающиеся поворотом или симметрией считаются разными.

Ответ: 4296