

1.2.4 Задания для 8 класса

Задача 1. (1 балл)

1. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = BC$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 40^\circ$. Точка D взята на луче CA за точкой A так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DBA$ (в градусах).

2. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = AC$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Точка D взята на луче CB за точкой B так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DAB$ (в градусах).

3. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = BC$, $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 20^\circ$. Точка D взята на луче CA за точкой A так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DBA$ (в градусах).

Задача 2. (2 балла)

1. По кругу стоят 2018 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 32 камня вперед по часовой стрелке и на 26 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

2. По кругу стоят 2019 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 21 камня вперед по часовой стрелке и на 15 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

3. По кругу стоят 2020 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 28 камня вперед по часовой стрелке и на 20 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

Задача 3. (2 балла)

1. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 6$, $BC = 9$, $AD = 2$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

2. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 5$, $BC = 8$, $AD = 3$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

3. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 6$, $BC = 7$, $AD = 2$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

Задача 4. (3 балла)

1. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 20 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

2. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 45 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

3. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 50 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

Задача 5. (3 балла)

1. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 100 км/ч, каждая следующая — на 5 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через двое суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

2. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 80 км/ч, каждая следующая — на 4 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через трое суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

3. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 60 км/ч, каждая следующая — на 1 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через четверо суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

Задача 6. (3 балла)

1. Дан треугольник ABC , в нем проведена биссектриса BK . На стороне AB взята точка L такая, что прямая KL параллельна прямой BC , а на стороне BC взята точка M такая, что прямая KM параллельна прямой AB . Оказалось, что угол ALK в три раза больше угла BML . Найдите самый большой угол треугольника ABC (в градусах).

2. Дан треугольник ABC , в нем проведена биссектриса BK . На стороне AB взята точка L такая, что прямая KL параллельна прямой BC , а на стороне BC взята точка M такая, что прямая KM параллельна прямой AB . Оказалось, что угол ALK в четыре раза больше угла BML . Найдите самый большой угол треугольника ABC (в градусах).

3. Дан треугольник ABC , в нем проведена биссектриса BK . На стороне AB взята точка L такая, что прямая KL параллельна прямой BC , а на стороне BC взята точка M такая, что прямая KM параллельна прямой AB . Оказалось, что угол ALK в шесть раз больше угла BML . Найдите самый большой угол треугольника ABC (в градусах).

Задача 7. (3 балла)

1. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 13?

2. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 12?

3. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 11?

Задача 8. (3 балла)

1. На пастбищах A , B , C пасутся овцы. Вид и размеры пастбищ указаны на рисунке. Известно, что плотность овец на пастбище C в 4 раза меньше, чем на пастбище A . Плотность овец на пастбище B на 10 процентов меньше, чем на пастбище A . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах B и C , равно 51. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец — количество овец на единицу площади.

2. На пастбищах A , B , C (вид и размеры пастбищ указаны на рисунке). Известно, что плотность овец на пастбище C в 3 раза меньше, чем на пастбище A . Плотность овец на пастбище B на 20 процентов больше, чем на пастбище A . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах B и C , равно 74. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец - количество овец на единицу площади.

3. На пастбищах A , B , C (вид и размеры пастбищ указаны на рисунке). Известно, что плотность овец на пастбище C в 2 раза меньше, чем на пастбище A . Плотность овец на пастбище B на 10 процентов больше, чем на пастбище A . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах B и C , равно 69. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец — количество овец на единицу площади.

Задача 9. (4 балла)

1. Дан клетчатый прямоугольник 10×10 . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

2. Дан клетчатый прямоугольник 8×8 . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

3. Дан клетчатый прямоугольник 9×9 . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

Задача 10. (4 балла)

1. В клетках шахматной доски 8×8 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 16.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?

2. В клетках шахматной доски 11×11 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 12.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?

3. В клетках шахматной доски 14×14 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 8.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?