

1.2.5 Задания для 7 класса

Задача 1. (2 балла)

1. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = BC$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 40^\circ$. Точка D взята на луче CA за точкой A так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DBA$ (в градусах).

2. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = AC$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Точка D взята на луче CB за точкой B так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DAB$ (в градусах).

3. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = BC$, $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 20^\circ$. Точка D взята на луче CA за точкой A так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DBA$ (в градусах).

Задача 2. (2 балла)

1. По кругу стоят 2018 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 32 камня вперед по часовой стрелке и на 26 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

2. По кругу стоят 2019 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 21 камня вперед по часовой стрелке и на 15 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

3. По кругу стоят 2020 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 28 камня вперед по часовой стрелке и на 20 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

Задача 3. (3 балла)

1. В понедельник открылись несколько фирм, акции которых стоили одинаково. Каждый следующий день акции каждой фирмы дорожали либо на 10%, либо на 21%. Во вторник на следующей неделе, оказалось что акции всех фирм стоят по-разному. Какое наибольшее количество фирм могло быть открыто?

2. В понедельник открылись несколько фирм, акции которых стоили одинаково. Каждый следующий день акции каждой фирмы дорожали либо на 20%, либо на 44%. В среду на следующей неделе оказалось, что акции всех фирм стоят по-разному. Какое наибольшее количество фирм могло быть открыто?

3. В понедельник открылись несколько фирм, акции которых стоили одинаково. Каждый следующий день акции каждой фирмы дешевели либо на 10%, либо на 19%. В четверг на следующей неделе оказалось, что акции всех фирм стоят по-разному. Какое наибольшее количество фирм могло быть открыто?

Задача 4. (3 балла)

1. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 20 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

2. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 45 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

3. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 50 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

Задача 5. (3 балла)

1. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 100 км/ч, каждая следующая — на 5 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через двое суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

2. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 80 км/ч, каждая следующая — на 4 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через трое суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

3. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 60 км/ч, каждая следующая — на 1 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через четверо суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

Задача 6. (3 балла)

1. На плоскости нарисовано 5 различных прямых. Любые две пересекаются, никакие четыре не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

2. На плоскости нарисовано 6 различных прямых. Любые две пересекаются, никакие четыре не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

3. На плоскости нарисовано 5 различных прямых. Любые две пересекаются, но все прямые не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

Задача 7. (3 балла)

1. У Ани есть число 13. Сначала Аня записала последнюю цифру числа 13, затем возвела 13 в квадрат и записала последнюю цифру, затем возвела 13 в куб и записала

последнюю цифру и так далее до тех пор, пока Аня не записала последнюю цифру числа 13^{2018} . Сколько среди написанных цифр кратных трем?

2. У Ани есть число 17. Сначала Аня записала последнюю цифру числа 17, затем возвела 17 в квадрат и записала последнюю цифру, затем возвела 17 в куб и записала последнюю цифру и так далее до тех пор, пока Аня не записала последнюю цифру числа 17^{2018} . Сколько среди написанных цифр кратных трем?

3. У Ани есть число 18. Сначала Аня записала последнюю цифру числа 18, затем возвела 18 в квадрат и записала последнюю цифру, затем возвела 18 в куб и записала последнюю цифру и так далее до тех пор, пока Аня не записала последнюю цифру числа 18^{2018} . Сколько среди написанных цифр не кратных четырем?

Задача 8. (3 балла)

1. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 6$, $BC = 9$, $AD = 2$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

2. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 5$, $BC = 8$, $AD = 3$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

3. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 6$, $BC = 7$, $AD = 2$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

Задача 9. (3 балла)

1. У пришельца на лапе 16 пальцев. Каждый из пальцев имеет свое уникальное название, для простоты присвоим каждому пальцу свой уникальный номер от 1 до 16. Пришелец стал считать следующим образом: 1 — палец №1, 2 — палец №2, ..., 16 — палец №16, затем в обратном порядке: 17 — палец №15, 18 — палец №14 и так далее (как только пришелец наткнулся на крайний палец, то есть палец №1 или палец №16, он продолжал считать в другом направлении).

Какой палец будет посчитан 2018-ым?

2. У пришельца на лапе 18 пальцев. Каждый из пальцев имеет свое уникальное название, для простоты присвоим каждому пальцу свой уникальный номер от 1 до 18. Пришелец стал считать следующим образом: 1 — палец №1, 2 — палец №2, ..., 18 — палец №18, затем в обратном порядке: 19 — палец №17, 20 — палец №16 и так далее (как только пришелец наткнулся на крайний палец, то есть палец №1 или палец №18, он продолжал считать в другом направлении).

Какой палец будет посчитан 2018-ым?

3. У пришельца на лапе 20 пальцев. Каждый из пальцев имеет свое уникальное название, для простоты присвоим каждому пальцу свой уникальный номер от 1 до 20. Пришелец стал считать следующим образом: 1 — палец №1, 2 — палец №2, ..., 20 — палец №20, затем в обратном порядке: 21 — палец №19, 22 — палец №18 и так далее (как только пришелец наткнулся на крайний палец, то есть палец №1 или палец №20, он продолжал считать в другом направлении).

Какой палец будет посчитан 2018-ым?

Задача 10. (5 баллов)

1. В клетках шахматной доски 8×8 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 16.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?

2. В клетках шахматной доски 11×11 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 12.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?

3. В клетках шахматной доски 14×14 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 8.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?