

1.2.2 Задания для 10 класса

Задача 1. (2 балла)

1. Дан треугольник со сторонами 10, 10, 12. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до ближайшей стороны треугольника.

2. Дан треугольник со сторонами 10, 10, 16. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до ближайшей стороны треугольника.

3. Дан треугольник со сторонами 10, 13, 13. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до самой дальней от неё стороны треугольника.

Задача 2. (2 балла)

1. Дана дробно-линейная функция вида $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, где a , b , c и d — различные натуральные числа от 1 до 10. Какое наименьшее значение может принимать $f(4)$.

Ответ запишите в виде правильной дроби, не округляйте.

Пример записи ответа: $27/34$

2. Дана дробно-линейная функция вида $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, где a , b , c и d — различные натуральные числа от 1 до 15. Какое наименьшее значение может принимать $f(3)$.

Ответ запишите в виде правильной дроби, не округляйте.

Пример записи ответа: $27/34$

3. Дана дробно-линейная функция вида $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, где a , b , c и d — различные натуральные числа от 1 до 20. Какое наименьшее значение может принимать $f(2)$.

Ответ запишите в виде правильной дроби, не округляйте.

Пример записи ответа: $27/34$

Задача 3. (3 балла)

1. Натуральное число представляется в виде суммы ста степеней двойки. А в виде суммы какого наименьшего числа степеней числа 16 его гарантированно можно представить?

2. Натуральное число представляется в виде суммы ста степеней двойки. А в виде суммы какого наименьшего числа степеней числа 32 его гарантированно можно представить?

3. Натуральное число представляется в виде суммы ста степеней тройки. А в виде суммы какого наименьшего числа степеней числа 27 его гарантированно можно представить?

Задача 4. (3 балла)

1. Найдите все возможные целые значения выражения $\frac{2}{a} + 5 + \sqrt{2}$, если известно, что $a - \sqrt{2}$ так же целое. Ответы запишите в любом порядке через запятую или точку с запятой.

Примеры записи ответа: 1; 2

2. Найдите все возможные целые значения выражения $\frac{6}{a} + 4 + \sqrt{3}$, если известно, что $a - \sqrt{3}$ так же целое.

3. Найдите все возможные целые значения выражения $\frac{4}{a} + 3 + \sqrt{5}$, если известно, что $a - \sqrt{5}$ так же целое.

Задача 5. (3 балла)

1. Найдите остаток от деления многочлена $P(x)$ на многочлен $x^2 + 11x + 30$, если известно, что $P(-6) = 2$ и $P(-5) = 1$.

Примеры записи ответа:

$$2x-3$$

$$x+4$$

2. Найдите остаток от деления многочлена $P(x)$ на многочлен $x^2+9x+20$, если известно, что $P(-5) = 2$ и $P(-4) = 1$.

Примеры записи ответа:

$$2x-3$$

$$x+4$$

3. Найдите остаток от деления многочлена $P(x)$ на многочлен $x^2+7x+12$, если известно, что $P(-4) = 2$ и $P(-3) = 1$.

Примеры записи ответа:

$$2x-3$$

$$x+4$$

Задача 6. (3 балла)

1. Сколькими способами из картинки 10×12 можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

$$123456789$$

$$3^{97}$$

2. Сколькими способами из картинки 11×12 можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

$$123456789$$

$$3^{97}$$

3. Сколькими способами из картинки 10×15 можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

$$123456789$$

$$3^{97}$$

Задача 7. (3 балла)

1. Синус, косинус и тангенс некоторого угла образуют геометрическую прогрессию (по определению, знаменатель геометрической прогрессии не равен 0). Какое количество различных значений может принимать синус?

2. Синус, косинус и тангенс некоторого угла образуют геометрическую прогрессию (по определению, знаменатель геометрической прогрессии не равен 0). Какое количество различных значений может принимать косинус?

3. Синус, косинус и котангенс некоторого угла образуют геометрическую прогрессию (по определению, знаменатель геометрической прогрессии не равен 0). Какое количество различных значений может принимать косинус?

Задача 8. (4 балла)

1. Изначально на доске написано число 1. Разрешается прибавлять к текущему числу 2 или умножать его на 2. Какое наименьшее натуральное число (больше 1) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций?

2. На доске написано какое-то число. Разрешается прибавлять к текущему числу 3 или умножать его на 3. Какое наименьшее натуральное число (больше 1) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций ни из единицы, ни из двойки?

3. Изначально на доске написано число 2. Разрешается прибавлять к текущему числу 4 или умножать его на 2. Какое наименьшее чётное натуральное число (больше 2) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций?

Задача 9. (4 балла)

1. Диагональ AC ромба $ABCD$ со стороной $6\sqrt{5}$ пересекает описанную окружность треугольника ABD в точке X . Оказалось, что $CX = 9$.

Найдите квадрат расстояния между точкой пересечения высот треугольника ABD и центром вписанной окружности треугольника CDB .

2. Диагональ AC ромба $ABCD$ со стороной $4\sqrt{17}$ пересекает описанную окружность треугольника ABD в точке X . Оказалось, что $CX = 15$.

Найдите квадрат расстояния между точкой пересечения высот треугольника ABD и центром вписанной окружности треугольника CDB .

3. Диагональ AC ромба $ABCD$ со стороной $6\sqrt{10}$ пересекает описанную окружность треугольника ABD в точке X . Оказалось, что $CX = 16$.

Найдите квадрат расстояния между точкой пересечения высот треугольника ABD и центром вписанной окружности треугольника CDB .

Задача 10. (4 балла)

1. Дана клетчатая решётка 12×12 . Сколько различных несамопересекающихся замкнутых путей длины 8 можно провести по линиям этой решётки?

2. Дана клетчатая решётка 13×13 . Сколько различных несамопересекающихся замкнутых путей длины 8 можно провести по линиям этой решётки?

3. Дана клетчатая решётка 11×11 . Сколько различных несамопересекающихся замкнутых путей длины 8 можно провести по линиям этой решётки?