

### 1.2.3 Задания для 9 класса

#### Задача 1. (2 балла)

1. Коэффициенты квадратного трёхчлена — три различных натуральных числа от 1 до 20. Какое наименьшее значение этот трёхчлен может принимать при  $x = -2$ ?

Ответ: -34

2. Коэффициенты квадратного трёхчлена — три различных натуральных числа от 1 до 20. Какое наименьшее значение этот трёхчлен может принимать при  $x = -3$ ?

Ответ: -49

3. Коэффициенты квадратного трёхчлена — три различных натуральных числа от 1 до 10. Какое наименьшее значение этот трёхчлен может принимать при  $x = 4$ ?

Ответ: -22

#### Задача 2. (2 балла)

1. Дан треугольник  $ABC$ , в нем проведена биссектриса  $BK$ . На стороне  $AB$  взята точка  $L$  такая, что прямая  $KL$  параллельна прямой  $BC$ , а на стороне  $BC$  взята точка  $M$  такая, что прямая  $KM$  параллельна прямой  $AB$ . Оказалось, что угол  $ALK$  в три раза больше угла  $BML$ . Найдите самый большой угол треугольника  $ABC$  (в градусах).

Ответ: 108

2. Дан треугольник  $ABC$ , в нем проведена биссектриса  $BK$ . На стороне  $AB$  взята точка  $L$  такая, что прямая  $KL$  параллельна прямой  $BC$ , а на стороне  $BC$  взята точка  $M$  такая, что прямая  $KM$  параллельна прямой  $AB$ . Оказалось, что угол  $ALK$  в четыре раза больше угла  $BML$ . Найдите самый большой угол треугольника  $ABC$  (в градусах).

Ответ: 120

3. Дан треугольник  $ABC$ , в нем проведена биссектриса  $BK$ . На стороне  $AB$  взята точка  $L$  такая, что прямая  $KL$  параллельна прямой  $BC$ , а на стороне  $BC$  взята точка  $M$  такая, что прямая  $KM$  параллельна прямой  $AB$ . Оказалось, что угол  $ALK$  в шесть раз больше угла  $BML$ . Найдите самый большой угол треугольника  $ABC$  (в градусах).

Ответ: 135

#### Задача 3. (2 балла)

1. Дан треугольник со сторонами 10, 10, 12. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до ближайшей стороны треугольника.

Ответ:  $4/3$

2. Дан треугольник со сторонами 10, 10, 16. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до ближайшей стороны треугольника.

Ответ: 2

3. Дан треугольник со сторонами 10, 13, 13. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до самой дальней от неё стороны треугольника.

Ответ: 4

#### Задача 4. (3 балла)

1. Найдите все возможные целые значения выражения  $\frac{2}{a} + 5 + \sqrt{2}$ , если известно, что  $a - \sqrt{2}$  так же целое. Ответы запишите в любом порядке через запятую или точку с запятой.

Примеры записи ответа: 1; 2

Ответ: 3, 7 || 7, 3 || 3; 7 || 7: 3

2. Найдите все возможные целые значения выражения  $\frac{6}{a} + 4 + \sqrt{3}$ , если известно, что  $a - \sqrt{3}$  так же целое.

Ответ: 1, 7 || 7, 1 || 1; 7 || 7: 1

3. Найдите все возможные целые значения выражения  $\frac{4}{a} + 3 + \sqrt{5}$ , если известно, что  $a - \sqrt{5}$  так же целое.

Ответ:  $0, 6 \parallel 6, 0 \parallel 0; 6 \parallel 6; 0$

**Задача 5. (3 балла)**

1. Найдите остаток от деления многочлена  $P(x)$  на многочлен  $x^2 + 11x + 30$ , если известно, что  $P(-6) = 2$  и  $P(-5) = 1$ .

Примеры записи ответа:

$2x-3$

$x+4$

Ответ:  $-x - 4 \parallel -4-x$

2. Найдите остаток от деления многочлена  $P(x)$  на многочлен  $x^2+9x+20$ , если известно, что  $P(-5) = 2$  и  $P(-4) = 1$ .

Примеры записи ответа:

$2x-3$

$x+4$

Ответ:  $-x - 3 \parallel -3-x$

3. Найдите остаток от деления многочлена  $P(x)$  на многочлен  $x^2+7x+12$ , если известно, что  $P(-4) = 2$  и  $P(-3) = 1$ .

Примеры записи ответа:

$2x-3$

$x+4$

Ответ:  $-x - 2 \parallel -2-x$

**Задача 6. (3 балла)**

1. Сколькими способами из картинка  $10 \times 12$  можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

123456789

$3^{97}$

Ответ:  $2^{218}$

2. Сколькими способами из картинка  $11 \times 12$  можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

123456789

$3^{97}$

Ответ:  $2^{241}$

3. Сколькими способами из картинка  $10 \times 15$  можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

123456789

$3^{97}$

Ответ:  $2^{275}$

**Задача 7. (3 балла)**

1. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 13?

Ответ: 69

2. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 12?

Ответ: 66

3. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 11?

Ответ: 61

### Задача 8. (3 балла)

1. На пастбищах  $A$ ,  $B$ ,  $C$  пасутся овцы. Вид и размеры пастбищ указаны на рисунке. Известно, что плотность овец на пастбище  $C$  в 4 раза меньше, чем на пастбище  $A$ . Плотность овец на пастбище  $B$  на 10 процентов меньше, чем на пастбище  $A$ . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах  $B$  и  $C$ , равно 51. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец — количество овец на единицу площади.

Ответ: 71

2. На пастбищах  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (вид и размеры пастбищ указаны на рисунке). Известно, что плотность овец на пастбище  $C$  в 3 раза меньше, чем на пастбище  $A$ . Плотность овец на пастбище  $B$  на 20 процентов больше, чем на пастбище  $A$ . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах  $B$  и  $C$ , равно 74. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец - количество овец на единицу площади.

Ответ: 89

3. На пастбищах  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (вид и размеры пастбищ указаны на рисунке). Известно, что плотность овец на пастбище  $C$  в 2 раза меньше, чем на пастбище  $A$ . Плотность овец на пастбище  $B$  на 10 процентов больше, чем на пастбище  $A$ . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах  $B$  и  $C$ , равно 69. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец — количество овец на единицу площади.

Ответ: 79

### Задача 9. (4 балла)

1. Дан клетчатый прямоугольник  $10 \times 10$ . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

Ответ: 565

2. Дан клетчатый прямоугольник  $8 \times 8$ . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

Ответ: 341

3. Дан клетчатый прямоугольник  $9 \times 9$ . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

Ответ: 446

### Задача 10. (5 баллов)

1. Изначально на доске написано число 1. Разрешается прибавлять к текущему числу 2 или умножать его на 2. Какое наименьшее натуральное число (больше 1) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций?

Ответ: 203

2. На доске написано какое-то число. Разрешается прибавлять к текущему числу 3 или умножать его на 3. Какое наименьшее натуральное число (больше 1) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций ни из единицы, ни из двойки?

Ответ: 304

3. Изначально на доске написано число 2. Разрешается прибавлять к текущему числу 4 или умножать его на 2. Какое наименьшее чётное натуральное число (больше 2) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций?

Ответ: 406