

1.2.5 Задания для 7 класса

Задача 1. (2 балла)

1. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = BC$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 40^\circ$. Точка D взята на луче CA за точкой A так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DBA$ (в градусах).

Ответ: 30

2. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = AC$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Точка D взята на луче CB за точкой B так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DAB$ (в градусах).

Ответ: 45

3. ABC — равнобедренный треугольник, $AB = BC$, $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 20^\circ$. Точка D взята на луче CA за точкой A так, что $AD = BD$. Найдите $\angle DBA$ (в градусах).

Ответ: 60

Задача 2. (2 балла)

1. По кругу стоят 2018 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 32 камня вперед по часовой стрелке и на 26 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

Ответ: 1009

2. По кругу стоят 2019 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 21 камня вперед по часовой стрелке и на 15 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

Ответ: 673

3. По кругу стоят 2020 камней, на одном из которых сидит лягушка. Лягушка умеет прыгать на 28 камня вперед по часовой стрелке и на 20 камней против часовой стрелке. Сколько камней может посетить лягушка с учетом того камня, на котором она изначально сидит?

Ответ: 505

Задача 3. (3 балла)

1. В понедельник открылись несколько фирм, акции которых стоили одинаково. Каждый следующий день акции каждой фирмы дорожали либо на 10%, либо на 21%. Во вторник на следующей неделе, оказалось что акции всех фирм стоят по-разному. Какое наибольшее количество фирм могло быть открыто?

Ответ: 9

2. В понедельник открылись несколько фирм, акции которых стоили одинаково. Каждый следующий день акции каждой фирмы дорожали либо на 20%, либо на 44%. В среду на следующей неделе оказалось, что акции всех фирм стоят по-разному. Какое наибольшее количество фирм могло быть открыто?

Ответ: 10

3. В понедельник открылись несколько фирм, акции которых стоили одинаково. Каждый следующий день акции каждой фирмы дешевели либо на 10%, либо на 19%. В четверг на следующей неделе оказалось, что акции всех фирм стоят по-разному. Какое наибольшее количество фирм могло быть открыто?

Ответ: 11

Задача 4. (3 балла)

1. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 20 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

Ответ: 1, 2, 4 || 4, 2, 1

2. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 45 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

Ответ: 1, 3, 5 || 5, 3, 1

3. В комнате находятся рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут, всего 50 человек (и те, и другие присутствуют). Каждого из них спросили, сколько в комнате рыцарей. Прозвучали все возможные ответы от 1 до некоторого k , каждый ответ прозвучал одинаковое количество раз.

Сколько рыцарей могло быть на самом деле? Перечислите все возможные ответы в порядке возрастания или убывания через запятую.

Ответ: 1, 2, 5 || 5, 2, 1

Задача 5. (3 балла)

1. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 100 км/ч, каждая следующая — на 5 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через двое суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

Ответ: 15

2. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 80 км/ч, каждая следующая — на 4 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через трое суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

Ответ: 27

3. Участники ралли стартуют каждый час, начиная с полуночи. Первая машина едет со скоростью 60 км/ч, каждая следующая — на 1 км/ч быстрее предыдущей.

Какая по счёту машина будет дальше от старта ровно через четверо суток после старта начала ралли? (У каждой машины несколько водителей, поэтому они едут без остановок).

Ответ: 19

Задача 6. (3 балла)

1. На плоскости нарисовано 5 различных прямых. Любые две пересекаются, никакие четыре не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

Ответ: 6

2. На плоскости нарисовано 6 различных прямых. Любые две пересекаются, никакие четыре не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

Ответ: 7

3. На плоскости нарисовано 5 различных прямых. Любые две пересекаются, но все прямые не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

Ответ: 5

Задача 7. (3 балла)

1. У Ани есть число 13. Сначала Аня записала последнюю цифру числа 13, затем возвела 13 в квадрат и записала последнюю цифру, затем возвела 13 в куб и записала

последнюю цифру и так далее до тех пор, пока Аня не записала последнюю цифру числа 13^{2018} . Сколько среди написанных цифр кратных трем?

Ответ: 1010

2. У Ани есть число 17. Сначала Аня записала последнюю цифру числа 17, затем возвела 17 в квадрат и записала последнюю цифру, затем возвела 17 в куб и записала последнюю цифру и так далее до тех пор, пока Аня не записала последнюю цифру числа 17^{2018} . Сколько среди написанных цифр кратных трем?

Ответ: 1009

3. У Ани есть число 18. Сначала Аня записала последнюю цифру числа 18, затем возвела 18 в квадрат и записала последнюю цифру, затем возвела 18 в куб и записала последнюю цифру и так далее до тех пор, пока Аня не записала последнюю цифру числа 18^{2018} . Сколько среди написанных цифр не кратных четырем?

Ответ: 1008

Задача 8. (3 балла)

1. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 6$, $BC = 9$, $AD = 2$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

Ответ: 117

2. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 5$, $BC = 8$, $AD = 3$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

Ответ: 104

3. Дан четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = 6$, $BC = 7$, $AD = 2$. Найдите сумму всех возможных значений стороны CD , если известно, что длины AC и CD — это некоторые натуральные числа.

Ответ: 91

Задача 9. (3 балла)

1. У пришельца на лапе 16 пальцев. Каждый из пальцев имеет свое уникальное название, для простоты присвоим каждому пальцу свой уникальный номер от 1 до 16. Пришелец стал считать следующим образом: 1 — палец №1, 2 — палец №2, ..., 16 — палец №16, затем в обратном порядке: 17 — палец №15, 18 — палец №14 и так далее (как только пришелец наткнулся на крайний палец, то есть палец №1 или палец №16, он продолжал считать в другом направлении).

Какой палец будет посчитан 2018-ым?

Ответ: 8

2. У пришельца на лапе 18 пальцев. Каждый из пальцев имеет свое уникальное название, для простоты присвоим каждому пальцу свой уникальный номер от 1 до 18. Пришелец стал считать следующим образом: 1 — палец №1, 2 — палец №2, ..., 18 — палец №18, затем в обратном порядке: 19 — палец №17, 20 — палец №16 и так далее (как только пришелец наткнулся на крайний палец, то есть палец №1 или палец №18, он продолжал считать в другом направлении).

Какой палец будет посчитан 2018-ым?

Ответ: 12

3. У пришельца на лапе 20 пальцев. Каждый из пальцев имеет свое уникальное название, для простоты присвоим каждому пальцу свой уникальный номер от 1 до 20. Пришелец стал считать следующим образом: 1 — палец №1, 2 — палец №2, ..., 20 — палец №20, затем в обратном порядке: 21 — палец №19, 22 — палец №18 и так далее (как только пришелец наткнулся на крайний палец, то есть палец №1 или палец №20, он продолжал считать в другом направлении).

Какой палец будет посчитан 2018-ым?

Ответ. 4

Задача 10. (5 баллов)

1. В клетках шахматной доски 8×8 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 16.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?

Ответ: 144

2. В клетках шахматной доски 11×11 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 12.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?

Ответ: 192

3. В клетках шахматной доски 14×14 расставили неотрицательные числа. Оказалось, что куда бы мы не поставили шахматного короля, сумма чисел на клетке на которой он стоит, и клетках, которые он бьёт, хотя бы 8.

Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на всей доске?

Ответ: 200