

## 8 класс

## 1 вариант

1. (2 балла) Существует ли прямоугольный параллелепипед с целочисленными сторонами, у которого площадь поверхности численно равна объёму?
2. (3 балла) На большем основании  $AD$  равнобедренной трапеции  $ABCD$  отмечена точка  $X$  так, что  $AB = AX$ . На луче  $AB$  выбрана точка  $E$  такая, что  $DE \parallel BX$ . Докажите, что  $AD + CE \geq BE + ED$ .
3. (3 балла) Периметр параллелограмма  $ABCD$  равен 20. Биссектриса угла  $B$  пересекает прямые  $AD$  и  $CD$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно. Найдите  $CL$ , если известно, что  $DK = 4$ .
4. (3 балла) Из множества трёхзначных чисел, не содержащих в своей записи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, выписали на бумагу несколько чисел таким образом, что никакие два числа не могут быть получены друг из друга перестановкой двух рядом стоящих цифр. Какое наибольшее количество таких чисел могло быть написано?
5. (3 балла) Решите уравнение  $a + b + \text{НОД}(a, b) + \text{НОК}(a, b) = 143$ .
6. (3 балла) На клетчатой доске  $3 \times 3$  стоят рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Каждый из них сказал: «Среди моих соседей ровно три лжеца». Сколько лжецов на доске?  
Соседями считаются люди, находящиеся на клетках, имеющих общую сторону.
7. (4 балла) По кругу стоят 23 блюдечка, на них разложены 46 пирожков. За один ход разрешается взять 2 пирожка, лежащие на одном блюдечке, и переложить их на 2 соседних блюдечка. При любом ли начальном расположении пирожков можно добиться того, чтобы на всех блюдечках оказалось поровну пирожков?
8. (4 балла) Десятичную запись четырёхзначного числа  $АВВГ$ , состоящего из различных цифр, разбили на три части тремя способами, после чего составили три квадратных уравнения  $Ax^2 + Bx + ВГ = 0$ ,  $Ax^2 + ВВx + Г = 0$  и  $АВx^2 + Vx + Г = 0$ . Оказалось, что все они имеют корни. Найдите все возможные значения  $АВВГ$ .  
 $АВ$ ,  $ВВ$  и  $ВГ$  здесь не произведения цифр, а двузначные числа. Не только в записи числа  $АВВГ$ , но и в записях этих двузначных чисел первые цифры не могут быть равны 0.

## 8 класс

## 2 вариант

1. (2 балла) Существует ли прямоугольный параллелепипед с целочисленными сторонами, у которого площадь поверхности численно равна сумме длин всех двенадцати рёбер?
2. (3 балла) На большем основании  $AD$  равнобедренной трапеции  $ABCD$  отмечена точка  $K$  так, что  $DK = CD$ . На луче  $DC$  выбрана точка  $L$  такая, что  $AL \parallel CK$ . Докажите, что  $AL + CL \leq AD + BL$ .
3. (3 балла) Периметр параллелограмма  $ABCD$  равен 32. Биссектриса угла  $C$  пересекает прямые  $AD$  и  $AB$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите, чем равно  $BF$ , если известно, что  $AE = 2$ .
4. (3 балла) Из множества трёхзначных чисел, не содержащих в своей записи цифр 0, 6, 7, 8, 9, выписали на бумагу несколько чисел таким образом, что никакие два числа не могут быть получены друг из друга перестановкой двух рядом стоящих цифр. Какое наибольшее количество таких чисел могло быть написано?
5. (3 балла) Решите уравнение  $a + b + \text{НОД}(a, b) + \text{НОК}(a, b) = 187$ .
6. (3 балла) На клетчатой доске  $2 \times 4$  стоят рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Каждый из них сказал: «Среди моих соседей ровно три лжеца». Сколько лжецов на доске?  
Соседями считаются люди, находящиеся на клетках, имеющих общую сторону.
7. (4 балла) По кругу стоят 25 тарелочек, на них разложены 50 булочек. За один ход разрешается взять 2 булочки, лежащие на одной тарелочке, и переложить их на 2 соседних тарелочки. При любом ли начальном расположении булочек можно добиться того, чтобы на всех тарелочках оказалось поровну булочек?
8. (4 балла) Десятичную запись четырёхзначного числа  $AB\Gamma$ , не содержащего девяток, разбили на три части тремя способами, после чего составили три квадратных уравнения  $Ax^2 + Bx + \Gamma = 0$ ,  $Ax^2 + B\Gamma x + \Gamma = 0$  и  $ABx^2 + Bx + \Gamma = 0$ . Оказалось, что все они имеют корни. Найдите все возможные значения  $AB\Gamma$ .  
 $AB$ ,  $B\Gamma$  и  $\Gamma$  здесь не произведения цифр, а двузначные числа. Не только в записи числа  $AB\Gamma$ , но и в записях этих двузначных чисел первые цифры не могут быть равны 0.