

Открытая олимпиада школьников по математике

11 марта 2018 г.

7 класс

1 вариант

Решения

1. (1 балл) Существуют ли четыре таких различных делящихся на 3 числа, что сумма любых трёх из них делится на четвёртое?

2. (2 балла) Аня готовила блинчики, рассчитывая, чтобы трём членам ее семьи досталось одинаковое количество блинов. Но что-то пошло не так: каждый третий блин Аня не смогла перевернуть; 40% от блинов, которые Аня смогла перевернуть, пригорели; а $\frac{1}{5}$ от съедобных блинов Аня уронила на пол. Сколько процентов от задуманного количества блинов Аня смогла предложить своей семье?

3. (3 балла) По кругу стоят 20 блюдечек, на них разложены 40 пирожков. За один ход разрешается взять 2 пирожка, лежащие на одном блюдечке, и переложить их на 2 соседних блюдечка. При любом ли начальном расположении пирожков можно добиться того, чтобы на всех блюдечках оказалось поровну пирожков?

4. (3 балла) Дан треугольник ABC . Точки K , L и M расположили на плоскости так, что треугольники ABK , LBC и AMC оказались равны ABC . Какой знак неравенства следует поставить между полупериметром треугольника KLM и периметром треугольника ABC ?

Вершины треугольников указаны в произвольном порядке: например, нельзя утверждать, что при равенстве треугольников ABK и LBC точка A соответствует точке L .

5. (3 балла) В комнате собрались рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (и те, и другие точно есть). Им задали вопрос: «Сколько лжецов находится в комнате?». На этот вопрос были получены все возможные ответы от 1 до 100 (некоторые, возможно, несколько раз). Сколько на самом деле могло быть лжецов?

6. (3 балла) У Васи есть чертёжный инструмент — треугольник с углами 40° , 70° и 70° . Как ему с его помощью построить равносторонний треугольник?

7. (4 балла) С числом, записанным на доске, разрешается выполнять одну из следующих операций:

1) Если в исходном числе есть цифра, не равная 9, имеющая две соседние цифры, большие 0, можно увеличить эту цифру на 1, а соседние уменьшить на 1.

2) Вычесть из любой ненулевой цифры, кроме последней, 1, а к следующей прибавить 3.

3) Уменьшить любую достаточно большую цифру на 7.

Если в результате какой-то из этих операций в числе на одном или нескольких первых местах оказываются нули, они автоматически отбрасываются.

Изначально на доске было записано число из ста восьмёрок. В конце осталось однозначное число. Какое именно?

8. (5 баллов) Из клетчатого поля 12×12 вырезали квадрат 4×4 , лежащий на пересечении горизонталей с третьей по шестую и таких же вертикалей. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга ладей можно расставить на этом поле, если ладьи не бьют через вырезанные клетки?

Открытая олимпиада школьников по математике

11 марта 2018 г.

7 класс

2 вариант

Решения

1. (1 балл) Существуют ли четыре таких различных чётных числа, что сумма любых трёх из них делится на четвёртое?

2. (2 балла) Аня готовила блинчики, рассчитывая, чтобы пяти членам ее семьи досталось одинаковое количество блинов. Но что-то пошло не так: каждый пятый блин Аня не смогла перевернуть; 49% от блинов, которые Аня смогла перевернуть, пригорели; а $\frac{1}{6}$ от съедобных блинов Аня уронила на пол. Сколько процентов от задуманного количества блинов Аня смогла предложить своей семье?

3. (3 балла) По кругу стоят 30 тарелочек, на них разложены 60 булочек. За один ход разрешается взять 2 булочки, лежащие на одной тарелочке, и переложить их на 2 соседних тарелочки. При любом ли начальном расположении булочек можно добиться того, чтобы на всех тарелочках оказалось поровну булочек?

4. (3 балла) Дан треугольник ABC . Точки K , L и M расположили на плоскости так, что треугольники KAM , CLM и KLB оказались равны треугольнику KLM . Какой знак неравенства следует поставить между периметром треугольника KLM и полупериметром треугольника ABC ?

Вершины треугольников указаны в произвольном порядке: например, нельзя утверждать, что при равенстве треугольников KAM и CLM точка K соответствует точке C .

5. (3 балла) В комнате собрались рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (и те, и другие точно есть). Им задали вопрос: «Сколько лжецов находится в комнате?». На этот вопрос были получены все возможные ответы от 1 до 200 (некоторые, возможно, несколько раз). Сколько на самом деле могло быть лжецов?

6. (3 балла) У Васи есть чертёжный инструмент — треугольник с углами 80° , 50° и 50° . Как ему с его помощью построить равносторонний треугольник?

7. (4 балла) С числом, записанным на доске, разрешается выполнять одну из следующих операций:

1) Если в исходном числе есть цифра, не равная 9, имеющая две соседние цифры, большие 0, можно увеличить эту цифру на 1, а соседние уменьшить на 1.

2) Вычесть из любой ненулевой цифры, кроме последней, 1, а к следующей прибавить 3.

3) Уменьшить любую достаточно большую цифру на 7.

Если в результате какой-то из этих операций в числе на одном или нескольких первых местах оказываются нули, они автоматически отбрасываются.

Изначально на доске было записано число из ста девяток. В конце осталось однозначное число. Какое именно?

8. (5 баллов) Из клетчатого поля 12×12 вырезали квадрат 4×4 , лежащий на пересечении горизонталей с четвёртой по седьмую и таких же вертикалей. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга ладей можно расставить на этом поле, если ладьи не бьют через вырезанные клетки?