

II отборочный тур.

7 класс.

Задача 1. (1 балл)

1. У марсианских пауков 100 лапок. На Всемирном Съезде Пауков некоторые пауки поздоровались между собой (пожали друг другу лапки). Оказалось, что пауки, которые хотя бы раз поздоровались, использовали все свои лапки и не здоровались одной лапкой больше, чем с одним пауком. Какое минимальное количество пауков могло прийти?

2. У марсианских пауков 200 лапок. На Всемирном Съезде Пауков некоторые пауки поздоровались между собой (пожали друг другу лапки). Оказалось, что пауки, которые хотя бы раз поздоровались, использовали все свои лапки и не здоровались одной лапкой больше, чем с одним пауком. Какое минимальное количество пауков могло прийти?

3. У марсианских пауков 300 лапок. На Всемирном Съезде Пауков некоторые пауки поздоровались между собой (пожали друг другу лапки). Оказалось, что пауки, которые хотя бы раз поздоровались, использовали все свои лапки и не здоровались одной лапкой больше, чем с одним пауком. Какое минимальное количество пауков могло прийти?

Задача 2. (2 балла)

1. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (и те, и другие присутствуют). Каждая лягушка съедает либо 6, либо 7 мух за день, а каждый паук — либо 2, либо 3 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 12 мух?

2. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (кого-то из них может не быть). Каждая лягушка съедает либо 5, либо 6 мух за день, а каждый паук — либо 2, либо 3 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 11 мух?

3. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (и те, и другие присутствуют). Каждая лягушка съедает либо 5, либо 6 мух за день, а каждый паук — либо 3, либо 4 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 13 мух?

Задача 3. (2 балла)

1. Петя два дня подряд ходил в магазин и оба раза купил булочек ровно на 100 рублей. При этом во второй день булочка стоила на рубль дороже, чем в первый. Булочки всегда стоят целое количество рублей.

Сколько булочек Петя купил за два дня? Если возможных вариантов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов: 10

10; 20

2. Петя два дня подряд ходил в магазин и оба раза купил булочек ровно на 84 рубля. При этом во второй день булочка стоила на рубль дороже, чем в первый, а в первый дороже двух рублей. Булочки всегда стоят целое количество рублей.

Сколько булочек Петя купил за два дня? Если возможных вариантов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10

10; 20

3. Петя два дня подряд ходил в магазин и оба раза купил булочек ровно на 56 рублей. При этом во второй день булочка стоила на рубль дороже, чем в первый. Булочки всегда стоят целое количество рублей.

Сколько булочек Петя купил за два дня? Если возможных вариантов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10

10; 20

Задача 4. (2 балла)

1. На очень длинной дороге устроили забег. 20 бегунов стартовали в разное время, каждый бежал с постоянной скоростью. Забег продолжался, пока каждый бегун не обогнал всех более медленных. Скорости бегунов, стартовавших первым и последним, совпадали, скорости остальных отличались от их скоростей и были различны между собой.

Каким могло быть число обгонов, если в каждом участвовало ровно два человека? В ответе укажите наибольшее и наименьшее возможные числа в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10; 20

2. На очень длинной дороге устроили забег. 22 бегуна стартовали в разное время, каждый бежал с постоянной скоростью. Забег продолжался, пока каждый бегун не обогнал всех более медленных. Скорости бегунов, стартовавших первым и последним, совпадали, скорости остальных отличались от их скоростей и были различны между собой.

Каким могло быть число обгонов, если в каждом участвовало ровно два человека? В ответе укажите наибольшее и наименьшее возможные числа в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10; 20

3. На очень длинной дороге устроили забег. 21 бегун стартовал в разное время, каждый бежал с постоянной скоростью. Забег продолжался, пока каждый бегун не обогнал всех более медленных. Скорости бегунов, стартовавших первым и последним, совпадали, скорости остальных отличались от их скоростей и были различны между собой.

Каким могло быть число обгонов, если в каждом участвовало ровно два человека? В ответе укажите наибольшее и наименьшее возможные числа в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10; 20

Задача 5. (3 балла)

1. У Васи есть по 10 палочек длины 1, 2 и 3 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

2. У Васи есть по 11 палочек длины 2, 3 и 4 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

3. У Васи есть по 9 палочек длины 2, 3 и 5 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

Задача 6. (3 балла)

1. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника. $BO = 8$, $AB = 5$. Найдите AC .

2. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника. $DO = 9$, $AD = 7$. Найдите AC .

3. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника. $CO = 9$, $CD = 5$. Найдите BD .

Задача 7. (3 балла)

1. На конференции собрались представители рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут (и те, и другие присутствуют). Все присутствующие ответили на вопрос: «Каков процент рыцарей среди участников конференции?». На него были получены ответы 6%, 12%, 18%, ..., 96% (каждый, возможно, несколько раз). Какое наименьшее количество рыцарей могло быть на конференции?

2. На конференции собрались представители рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут (и те, и другие присутствуют). Все присутствующие ответили на вопрос: «Каков процент рыцарей среди участников конференции?». На него были получены ответы 8%, 16%, 24%, ..., 96% (каждый, возможно, несколько раз). Какое наименьшее количество рыцарей могло быть на конференции?

3. На конференции собрались представители рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут (и те, и другие присутствуют). Все присутствующие ответили на вопрос: «Каков процент рыцарей среди участников конференции?». На него были получены ответы 14%, 28%, 42%, ..., 98% (каждый, возможно, несколько раз). Какое наименьшее количество рыцарей могло быть на конференции?

Задача 8. (4 балла)

1. Найдите наименьшее четырёхзначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

2. Найдите наименьшее пятизначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

3. Найдите наибольшее трёхзначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

Задача 9. (4 балла)

1. В клетчатом квадрате 10×10 закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней закрасенных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

2. В клетчатом квадрате 11×11 закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней закрашенных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

3. В клетчатом квадрате 9×9 закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней закрашенных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

Задача 10. (5 баллов)

1. Изначально на доске записаны числа 1, 2 и 4. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3

2. Изначально на доске записаны числа 2, 3 и 4. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3

3. Изначально на доске записаны числа 2, 3 и 6. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3