

**II отборочный тур.**  
**10 класс.**

**Задача 1. (2 балла)**

1. Одна из сторон треугольника равна  $10\sqrt{6} - 20$ , а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

2. Одна из сторон треугольника равна  $8\sqrt{6} - 16$ , а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

3. Одна из сторон треугольника равна  $6\sqrt{6} - 12$ , а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

**Задача 2. (2 балла)**

1. Дана дробно-линейная функция  $f(x) = \frac{3x - 2}{x - 2}$ . Найдите квадрат наименьшего расстояния между точками на разных ветвях графика этой функции.

2. Дана дробно-линейная функция  $f(x) = \frac{5x + 4}{x - 1}$ . Найдите квадрат наименьшего расстояния между точками на разных ветвях графика этой функции.

3. Дана дробно-линейная функция  $f(x) = \frac{2x + 27}{x + 1}$ . Найдите квадрат наименьшего расстояния между точками на разных ветвях графика этой функции.

**Задача 3. (3 балла)**

1. Последовательность  $\{x_n\}$  удовлетворяет соотношению  $x_{n+1} = \sqrt{3}x_n - x_{n-1}$ . При этом  $x_0 = -2$ ,  $x_1 = \sqrt{3}$ . Найдите  $x_{2000}$ .

2. Последовательность  $\{x_n\}$  удовлетворяет соотношению  $x_{n+1} = x_n - x_{n-1}$ . При этом  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 3$ . Найдите  $x_{2016}$ .

3. Последовательность  $\{x_n\}$  удовлетворяет соотношению  $x_{n+1} = \sqrt{2}x_n - x_{n-1}$ . При этом  $x_0 = -3$ ,  $x_1 = 2\sqrt{2}$ . Найдите  $x_{2222}$ .

**Задача 4. (3 балла)**

1. Квадратное уравнение  $x^2 - 10x + a$  имеет корни  $x_2$  и  $x_4$ . Квадратное уравнение  $x^2 - 4x + b$  имеет корни  $x_1$  и  $x_3$ . При это  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство  $(x^2 - 10x + a)(x^2 - 4x + b) \leq 0$ ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

2. Квадратное уравнение  $x^2 - 5x + a$  имеет корни  $x_2$  и  $x_4$ . Квадратное уравнение  $x^2 + 2x + b$  имеет корни  $x_1$  и  $x_3$ . При это  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство  $(x^2 - 5x + a)(x^2 + 2x + b) \leq 0$ ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

3. Квадратное уравнение  $x^2 - 3x + a$  имеет корни  $x_1$  и  $x_3$ . Квадратное уравнение  $x^2 - 8x + b$  имеет корни  $x_2$  и  $x_4$ . При это  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство  $(x^2 - 3x + a)(x^2 - 8x + b) \leq 0$ ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

**Задача 5. (3 балла)**

1. У приведённого многочлена четвёртой степени ровно четыре различных корня, образующих геометрическую прогрессию. Коэффициент многочлена при  $x$  равен 6, свободный член равен 9. Чему может быть равен коэффициент при  $x^3$ ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответа:

1.5  
15  
1; 5

2. У приведённого многочлена четвёртой степени ровно четыре различных корня, образующих геометрическую прогрессию. Коэффициент многочлена при  $x^3$  равен 2, свободный член равен 25. Чему может быть равен коэффициент при  $x$ ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответа:

1.5  
15  
1; 5

3. У приведённого многочлена четвёртой степени ровно четыре различных корня, образующих геометрическую прогрессию. Коэффициент многочлена при  $x^3$  равен  $2\sqrt{3}$ , коэффициент при  $x$  равен 6. Чему может быть равен свободный член? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответа:

1.5  
15  
1; 5

### Задача 6. (3 балла)

1. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 211 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

2. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 326 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

3. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 466 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

### Задача 7. (4 балла)

1. На боковых сторонах трапеции  $AB$  и  $CD$ , как на диаметрах, построены две окружности, пересекающиеся в точках  $K$  и  $L$ . Прямая  $KL$  пересекает основание  $BC$  в точке  $X$ . Прямая  $BC$  вторично пересекает окружность, построенную на  $AB$ , как на диаметре, в точке  $Y$ .  $AB = 23$ ,  $BC = 3$ ,  $CD = 22$ ,  $AD = 12$ .

Найдите  $XY$ .

2. На боковых сторонах трапеции  $AB$  и  $CD$ , как на диаметрах, построены две окружности, пересекающиеся в точках  $K$  и  $L$ . Прямая  $KL$  пересекает основание  $BC$  в точке  $X$ . Прямая  $BC$  вторично пересекает окружность, построенную на  $AB$ , как на диаметре, в точке  $Y$ .  $AB = 17$ ,  $BC = 4$ ,  $CD = 13$ ,  $AD = 16$ .

Найдите  $XY$ .

3. На боковых сторонах трапеции  $AB$  и  $CD$ , как на диаметрах, построены две окружности, пересекающиеся в точках  $K$  и  $L$ . Прямая  $KL$  пересекает основание  $BC$  в точке  $X$ . Прямая  $BC$  вторично пересекает окружность, построенную на  $AB$ , как на диаметре, в точке  $Y$ .  $AB = 31$ ,  $BC = 5$ ,  $CD = 29$ ,  $AD = 25$ .

Найдите  $XУ$ .

**Задача 8. (4 балла)**

1. Сколькими способами прямоугольник  $3 \times 20$  можно разрезать на квадратики  $2 \times 2$  и полоски  $1 \times 4$  ?
2. Сколькими способами прямоугольник  $3 \times 24$  можно разрезать на квадратики  $2 \times 2$  и полоски  $1 \times 4$  ?
3. Сколькими способами прямоугольник  $3 \times 28$  можно разрезать на квадратики  $2 \times 2$  и полоски  $1 \times 4$  ?

**Задача 9. (4 балла)**

1. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 625?
2. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 343?
3. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 243?

**Задача 10. (5 баллов)**

1. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых:  $y = x$ ,  $y = -x$ ,  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $x^2 + y^2 = 16$ . За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке  $(0,0)$  и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа  $\pi$  используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3p+10$

$1.5\pi+7.5$

2. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых:  $y = x$ ,  $y = -x$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $x^2 + y^2 = 25$ ,  $x^2 + y^2 = 49$ . За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке  $(0,0)$  и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа  $\pi$  используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3p+10$

$1.5\pi+7.5$

3. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых:  $y = x$ ,  $y = -x$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $x^2 + y^2 = 49$ ,  $x^2 + y^2 = 81$ . За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке  $(0,0)$  и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа  $\pi$  используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3p+10$

$1.5\pi+7.5$