

II отборочный тур.
8 класс.

Задача 1. (2 балла)

1. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (и те, и другие присутствуют). Каждая лягушка съедает либо 6, либо 7 мух за день, а каждый паук — либо 2, либо 3 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 12 мух?

Ответ: 8

2. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (кого-то из них может не быть). Каждая лягушка съедает либо 5, либо 6 мух за день, а каждый паук — либо 2, либо 3 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 11 мух?

Ответ: 9

3. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (и те, и другие присутствуют). Каждая лягушка съедает либо 5, либо 6 мух за день, а каждый паук — либо 3, либо 4 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 13 мух?

Ответ: 8

Задача 2. (2 балла)

1. У Васи есть по 10 палочек длины 1, 2 и 3 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

Ответ: 2160

2. У Васи есть по 11 палочек длины 2, 3 и 4 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

Ответ: 3520

3. У Васи есть по 9 палочек длины 2, 3 и 5 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

Ответ: 1872

Задача 3. (2 балла)

1. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника. $BO = 8$, $AB = 5$. Найдите AC .

Ответ: 13

2. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника. $DO = 9$, $AD = 7$. Найдите AC .

Ответ: 16

3. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника. $CO = 9$, $CD = 5$. Найдите BD .

Ответ: 14

Задача 4. (2 балла)

1. Сумма кубов двух целых чисел равна 737. Найдите сумму самих чисел.

Ответ: 11

2. Сумма кубов двух целых чисел равна 637. Найдите сумму самих чисел.

Ответ: 13

3. Сумма кубов двух целых чисел равна 539. Найдите сумму самих чисел.

Ответ: 11

Задача 5. (3 балла)

1. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами $(0, \pm 10)$ и $(\pm 20, 0)$?

Ответ: 421

2. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами $(0, \pm 20)$ и $(\pm 15, 0)$?

Ответ: 611

3. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами $(0, \pm 15)$ и $(\pm 10, 0)$?

Ответ: 311

Задача 6. (3 балла)

1. Дана трапеция $ABCD$ с большим основанием $AD = 10$. Точки E и F лежат на AD таким образом, что BE параллельно CD , а CF параллельно AB . Найдите, чему равно CD , если известно, что $AE = 3$, $OE = 8$, где O — точка пересечения BE и CF .

Ответ: 6

2. Дана трапеция $ABCD$ с большим основанием $AD = 20$. Точки E и F лежат на AD таким образом, что BE параллельно CD , а CF параллельно AB . Найдите, чему равно CD , если известно, что $AE = 4$, $OE = 9$, где O — точка пересечения BE и CF .

Ответ: 3

3. Дана трапеция $ABCD$ с большим основанием $AD = 30$. Точки E и F лежат на AD таким образом, что BE параллельно CD , а CF параллельно AB . Найдите, чему равно CD , если известно, что $AE = 8$, $OE = 21$, где O — точка пересечения BE и CF .

Ответ: 12

Задача 7. (3 балла)

1. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида $x^2 - ax - b$, где числа a и b — натуральные числа, не превосходящие 10. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)

Ответ: 550

2. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида $x^2 - ax - b$, где числа a и b — натуральные числа, не превосходящие 11. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)

Ответ: 726

3. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида $x^2 - ax - b$, где числа a и b — натуральные числа, не превосходящие 9. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)

Ответ: 405

Задача 8. (3 балла)

1. Найдите наименьшее четырёхзначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

Ответ: 1326

2. Найдите наименьшее пятизначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

Ответ: 12648

3. Найдите наибольшее трёхзначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

Ответ: 742

Задача 9. (3 балла)

1. В клетчатом квадрате 10×10 закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней закрасненных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

Ответ: 180

2. В клетчатом квадрате 11×11 закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней закрасненных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

Ответ: 220

3. В клетчатом квадрате 9×9 закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней покрашенных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

Ответ: 144

Задача 10. (5 баллов)

1. Изначально на доске записаны числа 1, 2 и 4. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3

Ответ: 6; 7; 9 || 6; 9; 7 || 7; 9; 6 || 7; 6; 9 || 9; 6; 7 || 9; 7; 6

2. Изначально на доске записаны числа 2, 3 и 4. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3

Ответ: 7; 8; 9 || 7; 9; 8 || 7; 9; 8 || 7; 8; 9 || 9; 7; 8 || 9; 7; 3

3. Изначально на доске записаны числа 2, 3 и 6. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3

Ответ: 8; 7; 1 || 8; 1; 7 || 7; 1; 8 || 7; 8; 1 || 1; 8; 7 || 1; 7; 8