

## II отборочный тур.

7 класс.

### Задача 1. (1 балл)

1. У марсианских пауков 100 лапок. На Всемирном Съезде Пауков некоторые пауки поздоровались между собой (пожали друг другу лапки). Оказалось, что пауки, которые хотя бы раз поздоровались, использовали все свои лапки и не здоровались одной лапкой больше, чем с одним пауком. Какое минимальное количество пауков могло прийти?

Ответ: 101

2. У марсианских пауков 200 лапок. На Всемирном Съезде Пауков некоторые пауки поздоровались между собой (пожали друг другу лапки). Оказалось, что пауки, которые хотя бы раз поздоровались, использовали все свои лапки и не здоровались одной лапкой больше, чем с одним пауком. Какое минимальное количество пауков могло прийти?

Ответ: 201

3. У марсианских пауков 300 лапок. На Всемирном Съезде Пауков некоторые пауки поздоровались между собой (пожали друг другу лапки). Оказалось, что пауки, которые хотя бы раз поздоровались, использовали все свои лапки и не здоровались одной лапкой больше, чем с одним пауком. Какое минимальное количество пауков могло прийти?

Ответ: 301

### Задача 2. (2 балла)

1. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (и те, и другие присутствуют). Каждая лягушка съедает либо 6, либо 7 мух за день, а каждый паук — либо 2, либо 3 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 12 мух?

Ответ: 8

2. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (кого-то из них может не быть). Каждая лягушка съедает либо 5, либо 6 мух за день, а каждый паук — либо 2, либо 3 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 11 мух?

Ответ: 9

3. У Ани в комнате живут лягушки и пауки, которых надо кормить сушеными мухами (и те, и другие присутствуют). Каждая лягушка съедает либо 5, либо 6 мух за день, а каждый паук — либо 3, либо 4 мух за день. Аня знает, что если вскроет 4 коробки с мухами, то их точно не хватит, чтобы все поели, а если 5 коробок, то их точно хватит. Сколько у Ани живет лягушек, если в каждой коробке 13 мух?

Ответ: 8

### Задача 3. (2 балла)

1. Петя два дня подряд ходил в магазин и оба раза купил булочек ровно на 100 рублей. При этом во второй день булочка стоила на рубль дороже, чем в первый. Булочки всегда стоят целое количество рублей.

Сколько булочек Петя купил за два дня? Если возможных вариантов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов: 10

10; 20

Ответ: 150; 45 || 150; 45; || 150, 45 || 45; 150 || 45, 150 || 45; 150;

2. Петя два дня подряд ходил в магазин и оба раза купил булочек ровно на 84 рубля. При этом во второй день булочка стоила на рубль дороже, чем в первый, а в первый дороже двух рублей. Булочки всегда стоят целое количество рублей.

Сколько булочек Петя купил за два дня? Если возможных вариантов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10

10; 20

Ответ: 26; 49 || 26; 49; || 26, 49 || 49; 26 || 49, 26 || 49; 26;

3. Петя два дня подряд ходил в магазин и оба раза купил булочек ровно на 56 рублей. При этом во второй день булочка стоила на рубль дороже, чем в первый. Булочки всегда стоят целое количество рублей.

Сколько булочек Петя купил за два дня? Если возможных вариантов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10

10; 20

Ответ: 84; 15 || 84; 15; || 84, 15 || 15; 84 || 15, 84 || 15; 84;

#### **Задача 4. (2 балла)**

1. На очень длинной дороге устроили забег. 20 бегунов стартовали в разное время, каждый бежал с постоянной скоростью. Забег продолжался, пока каждый бегун не обогнал всех более медленных. Скорости бегунов, стартовавших первым и последним, совпадали, скорости остальных отличались от их скоростей и были различны между собой.

Каким могло быть число обгонов, если в каждом участвовало ровно два человека? В ответе укажите наибольшее и наименьшее возможные числа в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10; 20

Ответ: 18; 171 || 171; 18 || 18, 171 || 171, 18 || 18; 171; || 171; 18

Примеры записи ответов: 10; 20

2. На очень длинной дороге устроили забег. 22 бегуна стартовали в разное время, каждый бежал с постоянной скоростью. Забег продолжался, пока каждый бегун не обогнал всех более медленных. Скорости бегунов, стартовавших первым и последним, совпадали, скорости остальных отличались от их скоростей и были различны между собой.

Каким могло быть число обгонов, если в каждом участвовало ровно два человека? В ответе укажите наибольшее и наименьшее возможные числа в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10; 20

Ответ: 20; 210 || 210; 20 || 20, 210 || 210, 20 || 20; 210; || 210; 20

3. На очень длинной дороге устроили забег. 21 бегун стартовал в разное время, каждый бежал с постоянной скоростью. Забег продолжался, пока каждый бегун не обогнал всех более медленных. Скорости бегунов, стартовавших первым и последним, совпадали, скорости остальных отличались от их скоростей и были различны между собой.

Каким могло быть число обгонов, если в каждом участвовало ровно два человека? В ответе укажите наибольшее и наименьшее возможные числа в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

10; 20

Ответ: 19; 190 || 190; 19 || 19, 190 || 190, 19 || 19; 190; || 190; 19

#### **Задача 5. (3 балла)**

1. У Васи есть по 10 палочек длины 1, 2 и 3 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

Ответ: 2160

2. У Васи есть по 11 палочек длины 2, 3 и 4 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

Ответ: 3520

3. У Васи есть по 9 палочек длины 2, 3 и 5 (все палочки отличаются друг от друга). Сколькими способами Вася может составить треугольник?

Ответ: 1872

### Задача 6. (3 балла)

1. Диагонали четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$  (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника.  $BO = 8$ ,  $AB = 5$ . Найдите  $AC$ .

Ответ: 13

2. Диагонали четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$  (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника.  $DO = 9$ ,  $AD = 7$ . Найдите  $AC$ .

Ответ: 16

3. Диагонали четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$  (не являющейся серединой ни одной из диагоналей) и делят этот четырёхугольник на четыре равнобедренных треугольника.  $CO = 9$ ,  $CD = 5$ . Найдите  $BD$ .

Ответ: 14

### Задача 7. (3 балла)

1. На конференции собрались представители рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут (и те, и другие присутствуют). Все присутствующие ответили на вопрос: «Каков процент рыцарей среди участников конференции?». На него были получены ответы 6%, 12%, 18%, ..., 96% (каждый, возможно, несколько раз). Какое наименьшее количество рыцарей могло быть на конференции?

Ответ: 3

2. На конференции собрались представители рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут (и те, и другие присутствуют). Все присутствующие ответили на вопрос: «Каков процент рыцарей среди участников конференции?». На него были получены ответы 8%, 16%, 24%, ..., 96% (каждый, возможно, несколько раз). Какое наименьшее количество рыцарей могло быть на конференции?

Ответ: 2

3. На конференции собрались представители рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут (и те, и другие присутствуют). Все присутствующие ответили на вопрос: «Каков процент рыцарей среди участников конференции?». На него были получены ответы 14%, 28%, 42%, ..., 98% (каждый, возможно, несколько раз). Какое наименьшее количество рыцарей могло быть на конференции?

Ответ: 7

### Задача 8. (4 балла)

1. Найдите наименьшее четырёхзначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

Ответ: 1326

2. Найдите наименьшее пятизначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

Ответ: 12648

3. Найдите наибольшее трёхзначное число без нулей, состоящее из различных цифр, такое, что при вычёркивании из него любой цифры получается число, делящееся на эту цифру.

Ответ: 742

### Задача 9. (4 балла)

1. В клетчатом квадрате  $10 \times 10$  закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней закрасенных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

Ответ: 180

2. В клетчатом квадрате  $11 \times 11$  закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней закрашенных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

Ответ: 220

3. В клетчатом квадрате  $9 \times 9$  закрасили некоторое количество клеток. Затем в каждой незакрашенной клетке написали количество соседних с ней закрашенных. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел?

Ответ: 144

### Задача 10. (5 баллов)

1. Изначально на доске записаны числа 1, 2 и 4. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3

Ответ: 6; 7; 9 || 6; 9; 7 || 7; 9; 6 || 7; 6; 9 || 9; 6; 7 || 9; 7; 6

2. Изначально на доске записаны числа 2, 3 и 4. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3

Ответ: 7; 8; 9 || 7; 9; 8 || 7; 9; 8 || 7; 8; 9 || 9; 7; 8 || 9; 7; 3

3. Изначально на доске записаны числа 2, 3 и 6. Каждую минуту Антон стирает написанные на доске числа и пишет вместо них их попарные суммы. Через час на доске оказались написаны три огромных числа. Каковы их последние цифры? Перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

1; 2; 3

Ответ: 8; 7; 1 || 8; 1; 7 || 7; 1; 8 || 7; 8; 1 || 1; 8; 7 || 1; 7; 8